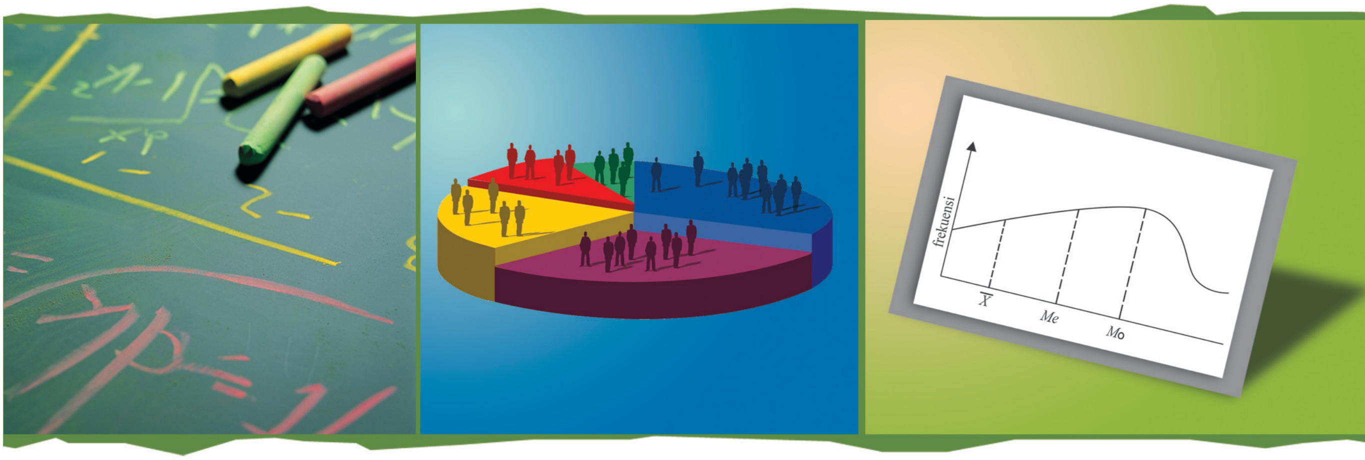
Seseorang memenangkan undian jika ia mendapatkan bola merah. Tahukah Anda berapakah peluang ia memenangkan undian jika terdapat 1 bola merah dan 3 bola biru?

Aktif Belajar Matematika

untuk Kelas XI
Sekolah Menengah Atas/Madrasah Aliyah
Program Bahasa



Marthen Kanginan
Alit Kartiwa

2

PUSAT PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional

Aktif Belajar Matematika
untuk Kelas XI SMA/MA Program Bahasa
Marthen Kanginan dan Alit Kartiwa

Aktif Belajar Matematika

untuk Kelas XI
Sekolah Menengah Atas/Madrasah Aliyah
Program Bahasa

Marthen Kanginan
Alit Kartiwa

2

PUSAT PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

510.07
MAR MARTHEN Kanginan
a Aktif Belajar Matematika / Marthen Kanginan, Alit Kartiwa; editor, Rifki Wijaya, Zulkifli; ilustrator, Bambang Melga, Yudiana.—Jakarta : Pusat Perbukuan, Kementerian Pendidikan Nasional, 2010.
viii, 114 hlm. : ilus. ; 25 cm.

Bibliografi : hlm. 114
Indeks
Untuk kelas XI SMA/MA Program Bahasa
ISBN

1. Matematika -- Studi dan Pengajaran I. Judul
II. Alit Kartiwa III. Rifki Wijaya IV. Zulkifli
V. Bambang Melga VI. Yudiana

Editor : Rifki Wijaya, S.Si.
Zulkifli, S.Si.
Layouter : Firman Setianugraha
Nugraha Saputra
Ilustrator : Bambang Melga
Yudiana
Desainer Sampul : Andrie Purnama
Gumilar Nugraha
Sumber Cover : Tim Desainer GMP
ysutarso.files.wordpress.com

Diterbitkan oleh Pusat Perbukuan
Kementerian Pendidikan Nasional Tahun 2010

Buku ini bebas diganakan sejak Juli 2010 s.d. Juli 2025

Diperbanyak oleh .....

Kata Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT. Berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini Kementerian Pendidikan Nasional, pada tahun 2010 telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya ini dapat diunduh (*down load*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial, harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan memanfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juli 2010
Kepala Pusat Perbukuan

Kata Pengantar

Untuk memperlihatkan bahwa matematika bukanlah ilmu hitung yang rumit dan tidak bermakna, buku ini menyajikan banyak pemecahan masalah yang berkaitan dengan keseharian, teknologi, dan interaksi matematika dengan ilmu-ilmu lainnya, seperti ekonomi dan sosial. Dengan cara seperti ini, Matematika diharapkan dapat mengasah kemampuan berpikir logis Anda dalam memecahkan berbagai masalah.

Buku ini ditulis dengan urutan penyajian sedemikian rupa sehingga Anda dapat mempelajari buku ini secara mudah dan menyenangkan. Dengan menggunakan buku ini, Anda dituntun untuk dapat belajar secara aktif (*active learning*) sehingga mampu mengkonstruksi pengetahuan secara mandiri (pembelajaran konstruktivisme), layaknya seorang ilmuwan yang menemukan suatu teori. Dengan metode seperti ini, walaupun diperlukan waktu yang tidak sebentar, pemahaman terhadap suatu konsep matematika akan lebih baik jika dibandingkan dengan metode belajar algoritma. Kami mengucapkan banyak terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu dan berperan serta dalam penyusunan buku ini.

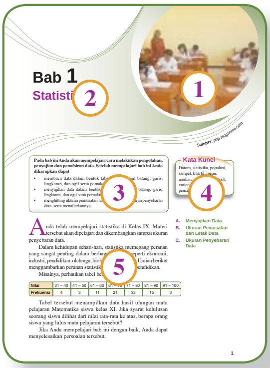
Penerbit

Bagaimana Menggunakan Buku Ini?

Materi-materi pembelajaran pada buku ini berdasarkan Kurikulum yang berlaku dan disajikan secara sistematis, komunikatif, dan integratif. Di setiap bab, buku ini memberikan gambaran materi pembelajaran yang akan dibahas, dan mengajarkan siswa konsep berpikir kontekstual. Selain itu, buku ini juga ditata dengan format yang menarik dan didukung dengan foto dan ilustrasi yang representatif. Penggunaan bahasa yang sederhana sesuai dengan tingkatan kognitif siswa sehingga membuat pembaca lebih mudah memahaminya.

Buku *Aktif Belajar Matematika untuk Kelas XI Program Bahasa* ini terdiri atas dua bab, yaitu **Statistika** dan **Peluang**.

Berikut ini adalah panduan yang kami tawarkan kepada pembaca untuk membaca dan memahami isi buku ini.



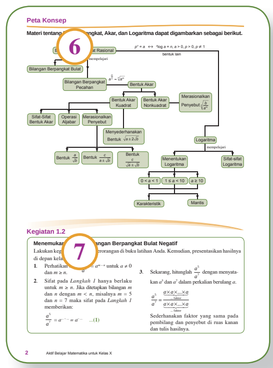
(1) **Gambar Pembuka Bab,** disajikan untuk mengetahui contoh manfaat dari materi yang akan dipelajari

(2) **Judul Bab**, disesuaikan dengan tema materi dalam bab

(3) **Tujuan Pembelajaran,** berisi tentang Tujuan Anda mempelajari bab ini

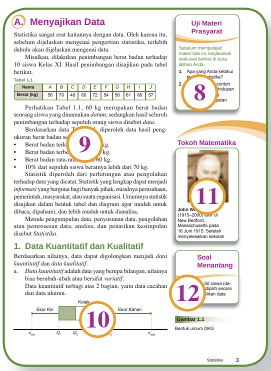
(4) **Kata Kunci,** berisi kata-kata yang berhubungan dengan materi pada bab tersebut

(5) ***Advanced Organizer*,** uraian singkat tentang isi bab untuk menumbuhkan motivasi belajar dan mengarahkan Anda untuk lebih fokus terhadap isi bab



(6) **Peta Konsep,** berisi diagram alur konsep materi bab

(7) **Kegiatan**. mencari informasi yang dilakukan secara perorangan maupun kelompok yang akan menumbuhkan rasa ingin tahu yang lebih



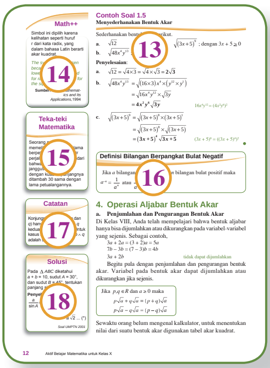
(8) **Uji Materi Prasyarat**, berisi soal prasyarat yang harus Anda pahami sebelum memasuki materi pembelajaran

(9) **Materi Pembelajaran,** disajikan secara sistematis, komunikatif, dan integratif

(10) **Gambar dan Ilustrasi,** sebagai pendukung terhadap materi dalam bab yang disajikan

(11) **Tokoh Matematika**, menginformasikan tokoh matematika sehingga akan menumbuhkan semangat dan inspirasi dalam hidup Anda

(12) **Soal Menantang**, berisi soal-soal yang disajikan dengan kesulitan lebih tinggi

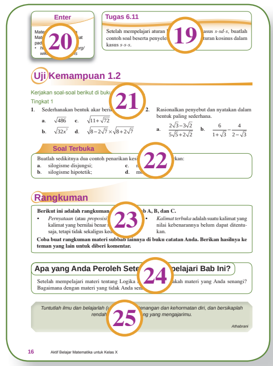


(13) **Contoh Soal,** berisi contoh soal dan penyelesaiannya

(14) ***Math++***, berisi informasi berkaitan dengan materi yang dibahas yang disajikan dengan dua bahasa (bilingual)

(15) **Teka-Teki Matematika**, berisi soal yang disajikan dengan metode teka-teki

(16) **Definisi,** berisi definisi atau aturan-aturan menggunakan rumus tertentu

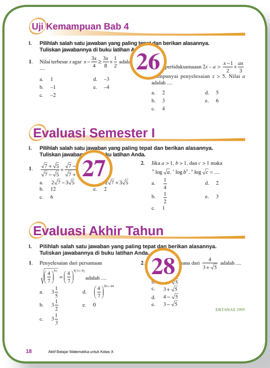


(17) **Catatan**, berisi hal-hal penting yang perlu Anda ketahui

(18) **Solusi,** berisi pembahasan soal yang berasal dari Ebtanas, UAN, UMPTN, atau SPMB

(19) **Tugas,** berisi tugas atau latihan soal berkaitan dengan materi tersebut

(20) **Enter,** berisi informasi situs yang bisa Anda kunjungi untuk menambah informasi yang berkaitan dengan materi



(21) **Uji Kemampuan Subbab**, berisi soal-soal untuk mengevaluasi penguasaan materi subbab

(22) **Soal Terbuka**, berisi soal-soal berdasarkan pemahaman setiap siswa

(23) **Rangkuman**, berisi ringkasan sebagian materi bab

(24) **Apa yang Anda Peroleh Setelah Mempelajari Bab ini,** mengetahui pemahaman Anda tentang materi yang sudah dipelajari

(25) **Kata Bijak**, berisi kata-kata yang dapat menumbuhkan motivasi Anda dalam belajar

(26) **Uji Kemampuan Bab,** berisi soal-soal untuk mengevaluasi penguasaan materi bab

(27) **Evaluasi Semester,** berisi soal-soal untuk mengevaluasi penguasaan materi selama satu semester

(28) **Evaluasi Akhir Tahun,** berisi soal-soal untuk mengevaluasi penguasaan materi selama satu tahun

Daftar Isi

Sumber: pop.blogsome.com

Bab 1
Statistika

Pada bab ini, Anda akan mempelajari cara melakukan pengolahan, penyajian dan penafsiran data. Setelah mempelajari bab ini, Anda diharapkan dapat

- membaca data dalam bentuk tabel dan diagram batang, garis, lingkaran, dan ogif serta pemaknaannya,
- menyajikan data dalam bentuk tabel dan diagram batang, garis, lingkaran, dan ogif serta pemaknaannya,
- menghitung ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran data, serta menafsirkannya.

Kata Kunci

Datum, statistika, populasi, sampel, kuartil, mean, median, modus, ogif, desil, varians, deviasi standar, pencilan.

A. Menyajikan Data
B. Ukuran Pemusatan dan Letak Data
C. Ukuran Penyebaran Data

Anda telah mempelajari statistika di Kelas IX. Materi tersebut akan dipelajari dan dikembangkan sampai ukuran penyebaran data.

Dalam kehidupan sehari-hari, statistika memegang peranan yang sangat penting dalam berbagai bidang, seperti ekonomi, industri, pendidikan, olahraga, biologi, dan lain-lain. Uraian berikut menggambarkan peranan statistika dalam bidang pendidikan.

Misalnya, perhatikan tabel berikut.

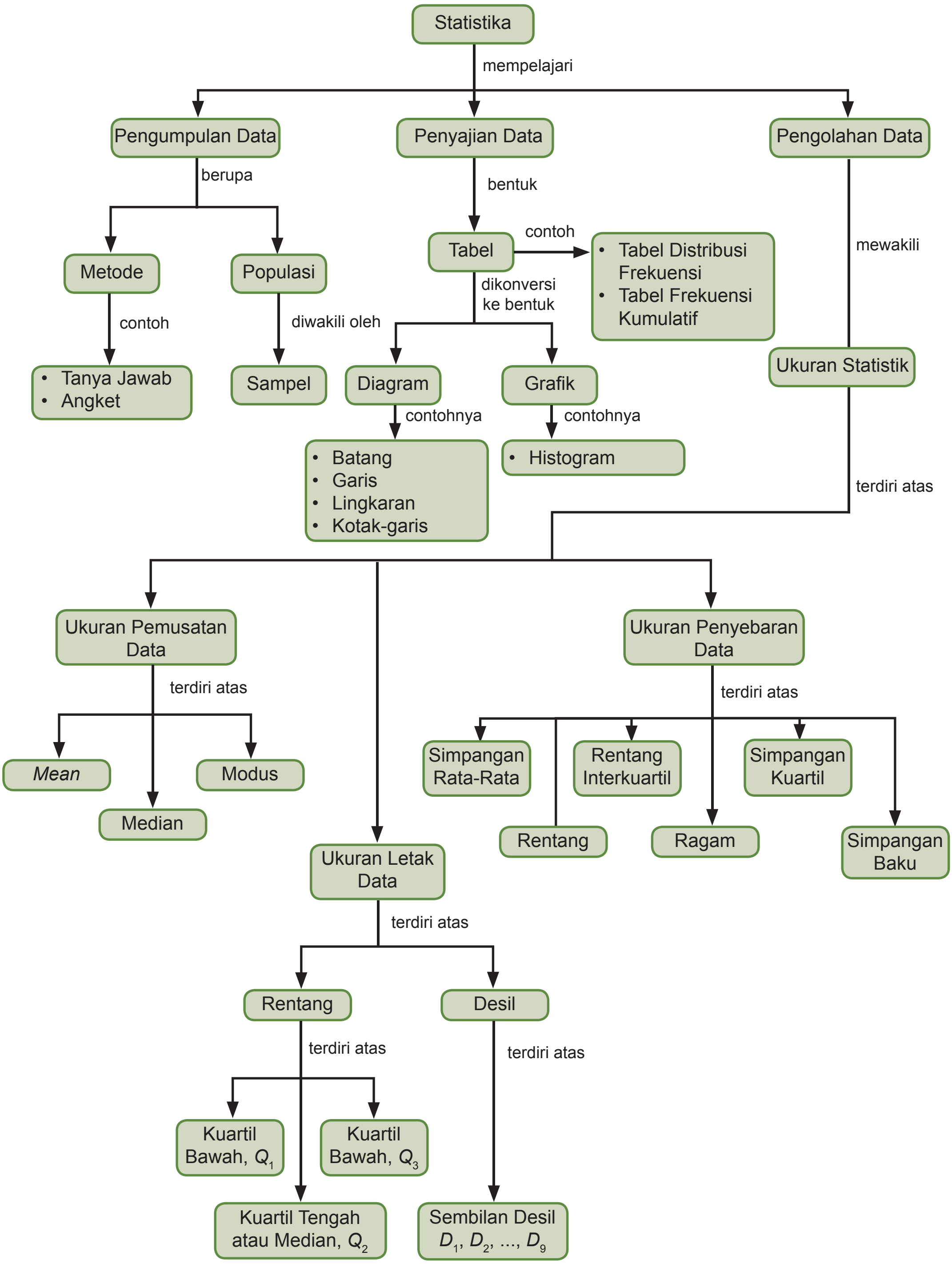
Nilai	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80	81 – 90	91 – 100
Frekuensi	4	3	11	21	33	15	3

Tabel tersebut menampilkan data hasil ulangan mata pelajaran Matematika siswa kelas XI. Jika syarat kelulusan seorang siswa dilihat dari nilai rata-rata ke atas, berapa orang siswa yang lulus mata pelajaran tersebut?

Jika Anda mempelajari bab ini dengan baik, Anda dapat menyelesaikan persoalan tersebut.

Peta Konsep

Materi tentang Statistika dapat digambarkan sebagai berikut.



A. Menyajikan Data

Statistika sangat erat kaitannya dengan data. Oleh karena itu, sebelum dijelaskan mengenai pengertian statistika, terlebih dahulu akan dijelaskan mengenai data.

Misalkan, dilakukan penimbangan berat badan terhadap 10 siswa Kelas XI. Hasil penimbangan disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1.1

Nama	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*
Berat (kg)	56	70	48	60	72	54	56	61	66	57

Perhatikan Tabel 1.1, 60 kg merupakan berat badan seorang siswa yang dinamakan *datum*, sedangkan hasil seluruh penimbangan terhadap sepuluh orang siswa disebut *data*.

Berdasarkan data Tabel 1.1, diperoleh data hasil pengukuran berat badan sebagai berikut.

- Berat badan terkecil adalah 48 kg.
- Berat badan terbesar adalah 72 kg.
- Berat badan rata-rata adalah 60 kg.
- 10% dari sepuluh siswa beratnya lebih dari 70 kg.

Statistik diperoleh dari perhitungan atau pengolahan terhadap data yang dicatat. Statistik yang lengkap dapat menjadi *informasi* yang berguna bagi banyak pihak, misalnya perusahaan, pemerintah, masyarakat, atau suatu organisasi. Umumnya statistik disajikan dalam bentuk tabel dan diagram agar mudah untuk dibaca, dipahami, dan lebih mudah untuk dianalisis.

Metode pengumpulan data, penyusunan data, pengolahan atau pemrosesan data, analisa, dan penarikan kesimpulan disebut *Statistika*.

1. Data Kuantitatif dan Kualitatif

Berdasarkan nilainya, data dapat digolongkan menjadi *data kuantitatif* dan *data kualitatif*.

a. *Data kuantitatif* adalah data yang berupa bilangan, nilainya bisa berubah-ubah atau bersifat *variatif*.

   Data kuantitatif terbagi atas 2 bagian, yaitu data cacahan dan data ukuran.

   1) *Data cacahan* (data diskrit) adalah data yang diperoleh dengan cara *membilang*.

      Contoh:

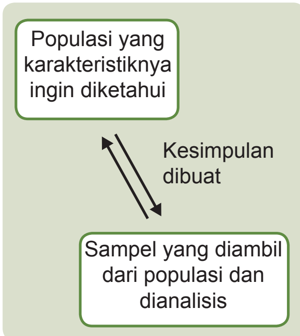
      - Pegawai di perusahaan *X* terdiri atas 160 laki-laki dan 70 perempuan.
      - Guru yang berpendidikan sarjana di SMA Bina Bangsa berjumlah 6 orang.

Uji Materi Prasyarat

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihan Anda. Jika Anda berhasil mengerjakannya dengan baik, akan memudahkan mempelajari materi berikut.

1. Apa yang Anda ketahui tentang statistika?
2. Sebutkan lima contoh kasus dalam kehidupan sehari-hari yang melibatkan kegiatan statistika.
3. Apa yang Anda ketahui tentang *mean*, median, dan modus?
4. Coba Anda urutkan data berikut dalam urutan naik dan turun.

   9, 5, 4, 7, 4, 8, 5, 3, 5, 9, 9, 4, 5, 7, 5.
5. Dari data pada soal nomor 4, tentukan jangkauan, rata-rata, median, dan modusnya.



Gambar 1.1

Populasi dan Sampel

- Peserta SPMB pada tahun 2004 berjumlah 120.000 orang.

2) *Data ukuran* (data kontinu) adalah data yang diperoleh dengan cara mengukur.
   Contoh:
   - Panjang lintasan jalan tol X adalah 12,8 km.
   - Suhu badan penderita penyakit demam berdarah itu 41°C.
   - Kecepatan kereta api ekspres Bandung–Jakarta adalah 110 km/jam.

b. *Data kualitatif* adalah data yang bukan merupakan bilangan, tetapi berupa ciri-ciri, sifat-sifat, keadaan, atau gambaran dari kualitas objek yang diteliti. Golongan data ini disebut *atribut*. Sebagai contoh, data mengenai kualitas suatu produk, yaitu baik, sedang, dan kurang.

2. Populasi dan Sampel

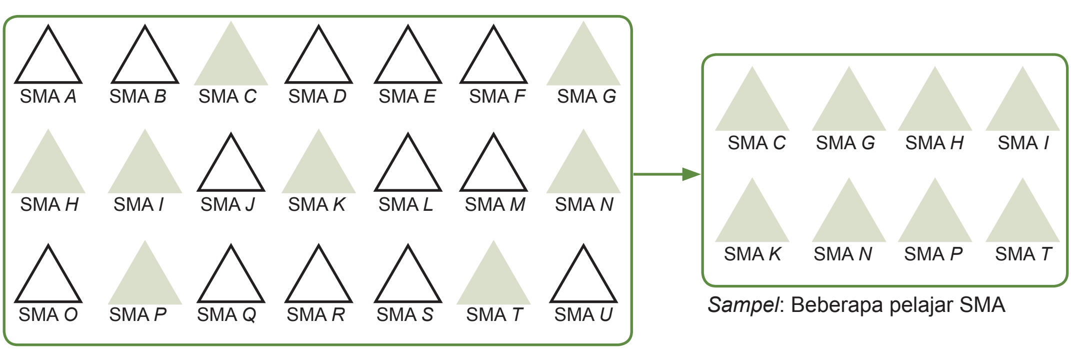
Misalkan, Anda ingin mengetahui pendapat pelajar SMA di Jawa Barat mengenai pelajaran Matematika, yaitu apakah Matematika merupakan pelajaran yang sulit, sedang-sedang saja, atau justru mudah.

Untuk itu, Anda memerlukan jajak pendapat dari para pelajar SMA yang berdomisili di Jawa Barat. Seluruh pelajar SMA yang berdomisili di Jawa Barat disebut subjek penelitian, dalam Statistika diberi istilah *populasi*.

Dalam pelaksanaannya, sulit dilakukan jajak pendapat bagi seluruh pelajar SMA tersebut karena terdapat banyak kendala, seperti waktu yang lama dan biaya yang tidak memadai sehingga jajak pendapat hanya dilakukan terhadap para pelajar di beberapa SMA yang *dianggap* dapat mewakili populasi tersebut. Para pelajar di beberapa SMA yang dianggap dapat mewakili untuk penelitian ini disebut *sampel* atau *contoh*, seperti pada Gambar 1.2.

Gambar 1.2

Pengambilan beberapa sampel secara random (acak) yang dianggap mewakili populasi.



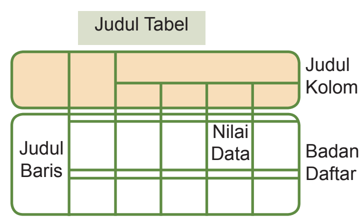
Setelah Anda menentukan populasi dan sampel yang akan diteliti, Anda tinggal mencari data. Bagaimana data tersebut diperoleh? Data-data tersebut dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut.

a. Penelitian langsung ke lapangan, misalnya data yang diperoleh dari penelitian di laboratorium dan wawancara langsung dengan para pelajar.
b. Pengambilan data dari pihak lain, misalkan data yang diperoleh dari suatu lembaga atau pihak yang telah memiliki data.

Setelah Anda melakukan pengumpulan data sampel atau populasi yang Anda pilih, Anda perlu menyajikannya dalam bentuk tertentu supaya data tersebut mudah dibaca, dipahami, dan dianalisis oleh orang yang berkepentingan, seperti manajer atau direktur. Kali pertama biasanya data disajikan dalam bentuk tabel, kemudian barulah dikonversi ke bentuk diagram.

3. Penyajian Data dalam Bentuk Tabel

Data yang disajikan dalam bentuk tabel atau daftar akan lebih mudah dibaca dan dipelajari. Salah satu bentuk tabel yang paling umum digunakan adalah *tabel distribusi frekuensi*. Skema umum suatu tabel tampak pada Gambar 1.3. Perhatikan Tabel 1.2 secara saksama. Tabel tersebut merupakan salah satu tabel yang menyajikan jumlah siswa di suatu SMA pada tahun 2000.



Gambar 1.3

Skema umum sebuah tabel.

Tabel 1.2
Jumlah Siswa di SMA Tunas Harapan Tahun 2000

Kelas	Jenis Kelamin		Jumlah
	Laki-laki	Perempuan	
Kelas			
1 - A	20	19	39
1 - B	15	26	41
1 - C	18	22	40
Jumlah	53	67	120
Kelas			
2 - A	24	20	44
2 - B	19	20	39
2 - C	20	21	41
Jumlah	63	61	124
Kelas			
3 - A	17	19	36
3 - B	24	18	42
3 - C	21	20	41
Jumlah	62	57	119
Jumlah keseluruhan	178	185	363

Tabel 1.3
NEM dari 8 SMA di Kota *B* Tahun 2000

NEM	Banyak Siswa
0 – 10	12
11 – 20	34
21 – 30	346
31 – 40	620
41 – 40	400
Jumlah	1.412

Data kuantitatif dengan ukuran data yang cukup besar dapat dibuat menjadi beberapa kelompok. Data dengan sifat tersebut biasanya disajikan dalam *tabel distribusi frekuensi*, seperti pada Tabel 1.3.

Kolom pertama suatu distribusi frekuensi disebut *kelas*. Dalam hal ini, kelas pada Tabel 1.3 adalah kolom NEM. Kolom kedua pada distribusi frekuensi menyatakan *frekuensi*. Dalam hal ini, kolom kedua Tabel 1.3 menyatakan banyaknya siswa. Dari tabel tersebut, Anda dapat melihat bahwa terdapat 346 siswa dengan NEM berkisar antara 21 dan 30. Cara membuat tabel distribusi frekuensi, akan dijelaskan kemudian.

4. Penyajian Data dalam Bentuk Diagram

Data yang disajikan dalam bentuk tabel dapat Anda tampilkan dalam bentuk *diagram*. Ada empat bentuk diagram yang akan dibahas pada bagian ini, yaitu *diagram batang*, *diagram garis*, *diagram lingkaran*, dan *diagram kotak-garis*.

a. Diagram Batang

Diagram batang adalah bentuk penyajian data statistik dalam bentuk batang persegipanjang. Diagram batang memudahkan perbandingan antara kumpulan-kumpulan data yang berbeda. Diagram batang yang digambarkan secara tegak disebut *diagram batang tegak* dan yang digambarkan secara mendatar disebut *diagram batang mendatar*.

Contoh Soal 1.1

Membuat Diagram Batang

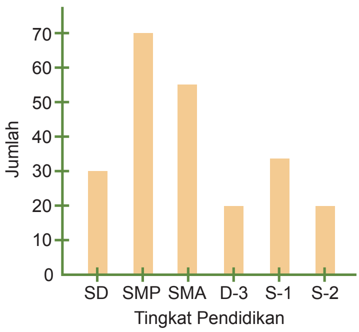
Berikut ini adalah data pegawai PT ABC menurut jenis kelamin dan tingkat pendidikan tahun 2006.

Jenis Kelamin	Tingkat Pendidikan						Jumlah
	SD	SMP	SMA	D-3	S-1	S-2	
Laki-laki	20	48	36	15	25	14	158
Perempuan	10	22	19	5	8	6	70
Jumlah	30	70	55	20	33	20	228

Buatlah diagram batang untuk data tersebut.

Penyelesaian:
Diagram batang untuk data tersebut adalah sebagai berikut.

a. Diagram Batang Tegak



b. Diagram Batang Mendatar

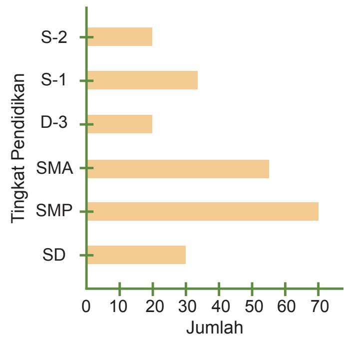


Diagram batang pada Contoh Soal 1.1 menunjukkan dengan jelas perbandingan jumlah tingkat pendidikan dari pegawai PT ABC untuk setiap jenjang, mulai dari SD sampai S-2. Dari diagram tersebut, Anda dapat dengan cepat memperoleh informasi bahwa pegawai PT ABC terbanyak berpendidikan SMP.

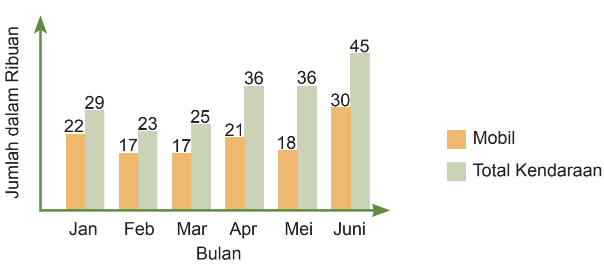
Beberapa hal yang harus Anda perhatikan sewaktu menggambar diagram batang adalah

1. lebar setiap batang harus sama;
2. jarak antara batang-batang yang berdekatan harus sama;
3. tinggi setiap batang harus sebanding dengan besar informasi yang ditampilkan;
4. semua batang harus berdiri pada sumbu mendatar sama (untuk diagram batang tegak).

Contoh Soal 1.2

Membaca Diagram Batang

Diagram batang pada Gambar 1.4 menunjukkan data pendaftaran mobil dan total kendaraan selama 6 bulan pertama (pada tahun 2006) di suatu negara.



Gambar 1.4

a. Berapakah kenaikan pendaftaran kendaraan selain mobil dari Januari sampai dengan April 2006?

b. Berapa persenkah kenaikan pendaftaran mobil dari Mei sampai Juni 2006?

c. Berapakah jumlah kendaraan selain mobil yang didaftar pada Maret 2006?

Penyelesaian:

a. Kendaraan selain mobil pada Januari = 29.000 – 22.000 = 7.000
Kendaraan selain mobil pada April = 36.000 – 21.000 = 15.000
$\therefore$ Kenaikannya sebesar 15.000 – 7.000 = 8.000

b. Pendaftaran mobil pada Mei = 18.000
Pendaftaran mobil pada Juni = 30.000

$$\therefore \text{Kenaikan} = \frac{30.000 - 18.000}{18.000} \times 100\% = 66{,}7\ \%$$

c. Kendaraan selain mobil yang didaftar pada Maret
= 25.000 – 17.000 = 8.000

Kegiatan 1.1

Membuat Diagram Batang

Lakukan dan diskusikan kegiatan ini secara berkelompok. Tuliskan hal-hal penting dari kegiatan ini di buku latihan Anda. Kemudian, presentasikan hasilnya di depan kelas.

1. Mintalah pada pegawai tata usaha data jumlah siswa putra dan putri yang tercatat di sekolah Anda.
2. Susunlah data yang Anda peroleh pada tabel baris-kolom, yang menunjukkan atribut setiap tahun (misalnya tahun 2003, 2004, 2005, dan 2006), jumlah siswa putra dan putri serta total siswa setiap tahun.
3. Dari tabel yang Anda peroleh pada Langkah 2, buatlah diagram batangnya.

Pertanyaan dan Kesimpulan

Perhatikan diagram batang yang Anda buat, kemudian jawablah pertanyaan berikut.

1. Berapakah kenaikan (atau penurunan) jumlah siswa di sekolah Anda dari tahun 2003 sampai dengan tahun 2005?
2. Berapa persenkah kenaikan (atau pe–nurunan) jumlah siswa putra dari tahun 2005 sampai dengan tahun 2006?
3. Manakah yang kenaikannya lebih besar: jumlah siswa putra atau putri, mulai dari tahun 2005 sampai dengan 2006?

b. Diagram Garis

Pernahkah Anda memperhatikan diagram Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di televisi atau koran? Diagram tersebut merupakan salah satu contoh diagram garis. Diagram garis biasanya digunakan untuk menggambarkan keadaan yang *berkesinambungan* (terus-menerus dalam periode waktu yang tetap), misalnya jumlah penjualan mobil setiap bulan, jumlah penduduk setiap tahun, suhu badan pasien setiap jam, nilai tukar dolar terhadap rupiah setiap hari, dan jumlah mahasiswa baru setiap tahun. Untuk menggambar diagram garis diperlukan dua sumbu, yaitu sumbu tegak (vertikal) dan sumbu datar

(horizontal). Sumbu datar untuk menyatakan waktu, sedangkan sumbu tegak untuk menyatakan kuantitasnya (nilai, jumlah, biaya, pendapatan, dan sebagainya). Kemudian, gambarkan setiap titik koordinat yang menunjukkan data pengamatan pada waktu t. Terakhir, hubungkanlah titik-titik ini dengan garis lurus. Dari diagram tersebut dapat ditemukan pola atau kecenderungan gerak nilai yang diamati mengikuti waktu.

Contoh Soal 1.3

Membuat Diagram Garis

a. Sebuah *dealer* mobil sejak tahun 1995 hingga akhir tahun 2004 selalu mencatat jumlah mobil yang terjual setiap tahun sebagai berikut.

Tahun	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Jumlah Mobil yang Terjual	15	18	27	21	18	30	32	20	17	25

Buatlah diagram garis untuk data tersebut.

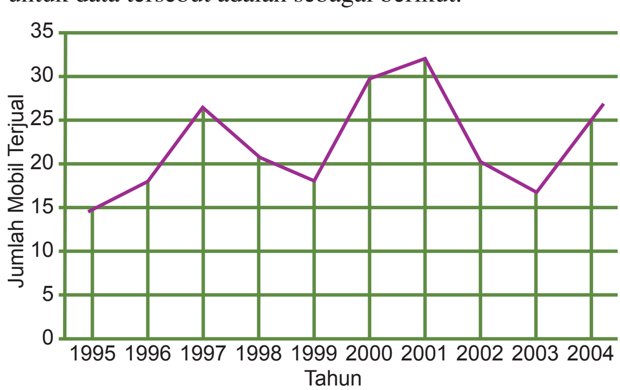
b. Sebuah perusahaan yang memproduksi barang elektronik mencatat akumulasi biaya produksi tahunan dan akumulasi nilai penjualan selama sepuluh tahun dari tahun 1995 sampai dengan 2004 sebagai berikut (dalam jutaan rupiah).

Tahun	1995 1	1996 2	1997 3	1998 4	1999 5	2000 6	2001 7	2002 8	2003 9	2004 10
Biaya Produksi per Tahun	600	200	200	220	230	210	200	240	240	300
Akumulasi Biaya Produksi	600	800	1.000	1.220	1.450	1.660	1.860	2.100	2.340	2.640
Nilai Penjualan per Tahun	0	280	370	400	510	300	300	360	340	400
Akumulasi Nilai Penjualan	0	280	650	1.050	1.560	1.860	2.160	2.520	2.860	3.260

Buatlah diagram garis untuk data tersebut.

Penyelesaian:

a. Dengan menggunakan cara yang telah dijelaskan, diagram garis untuk data tersebut adalah sebagai berikut.



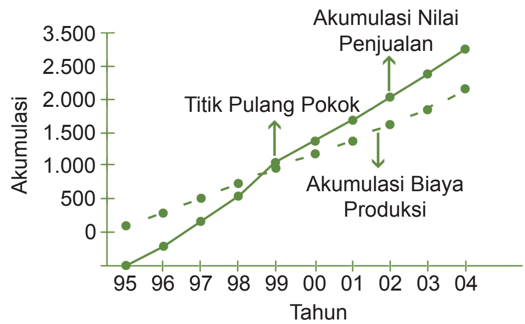
Gambar 1.5

Diagram garis dari mobil yang terjual dari tahun 1995 – 2004

Dari diagram tersebut, tampak penjualan mobil terbanyak pada tahun 2001. Dari tahun 1995–1997, penjualan mobil cenderung mengalami *kenaikan* dan tahun 1998–1999 cenderung mengalami *penurunan*. Coba Anda jelaskan dari mana hal ini diperoleh.

b. Diagram garis untuk akumulasi biaya produksi dan akumulasi nilai penjualan adalah sebagai berikut.

Gambar 1.6



Dari gambar di atas Anda dapat mengetahui bahwa perusahaan mulai memperoleh laba (keuntungan) di antara tahun 1999 dan 2000, yaitu pada saat kedua garis berpotongan. Titik potong kedua garis tersebut disebut *titik pulang pokok* (*break event point*).

Diagram garis biasanya digunakan untuk menaksir atau memperkirakan data berdasarkan pola-pola yang telah diperoleh. Diagram pada Gambar 1.5 merupakan *diagram garis tunggal*. Adapun diagram pada Gambar 1.6 disebut diagram garis majemuk, yaitu dalam satu gambar terdapat lebih dari satu garis. Diagram garis majemuk biasanya digunakan untuk *membandingkan* dua keadaan atau lebih yang mempunyai hubungan, misalnya diagram dua garis yang melukiskan akumulasi biaya produksi dan akumulasi nilai penjualan setiap tahun selama sepuluh tahun.

Kegiatan 1.2

Membuat Diagram Garis

Lakukan dan diskusikan kegiatan ini secara berkelompok. Tuliskan hal-hal penting dari kegiatan ini di buku latihan Anda. Kemudian, presentasikan hasilnya di depan kelas.

Anda dapat memilih sebarang data statistik untuk dibuat diagram garisnya. Beberapa contoh data statistik yang mungkin Anda peroleh, antara lain sebagai berikut.

1. Data jumlah penduduk 5 tahun terakhir di kabupaten atau kota tempat tinggal Anda.
2. Data nilai UN untuk dua mata pelajaran: Matematika dan Bahasa Indonesia di sekolah Anda selama 5 tahun terakhir.
3. Data penjualan mobil selama 5 tahun terakhir.
4. Data nilai tukar rupiah selama 10 hari.

Pilihlah salah satu data statistik tersebut. Kemudian, buatlah diagram garisnya di buku latihan Anda.
Kesimpulan dan Pertanyaan:
Dari diagram garis yang telah Anda buat, nyatakan kesimpulan yang dapat Anda peroleh, misalnya:
- kesimpulan tentang pertambahan jumlah penduduk;
- kesimpulan tentang apakah usaha keluarga berencana berhasil atau tidak;
- bagaimanakah pemahaman siswa terhadap pelajaran Matematika dibandingkan dengan pelajaran Bahasa Indonesia;
- apa kira-kira penyebab penjualan turun drastis pada periode tertentu.

c. Diagram lingkaran

Tentunya Anda tidak asing lagi dengan bentuk diagram ini. Biasanya diagram ini sering Anda temui di koran dan majalah. Dalam diagram lingkaran, satu lingkaran penuh digunakan untuk memvisualkan keseluruhan data, sedangkan sektor-sektor lingkarannya memvisualkan kategori-kategori data dalam bagian terhadap seluruh data. Untuk jelasnya, simaklah Contoh Soal 1.4 berikut ini.

Contoh Soal 1.4

Membaca Diagram Lingkaran

Buatlah diagram lingkaran dari data yang diberikan pada Contoh Soal 1.1.

Penyelesaian:
Total seluruh pegawai PT. ABC adalah 228 orang (lihat tabel pada Contoh Soal 1.1). Data seluruh pegawai inilah yang ditampilkan sebagai satu lingkaran penuh. Seluruh pegawai ini diklasifikasikan menjadi 6 kategori: SD = 30, SMP = 70, SMA = 55, D-3 = 20, S-1 = 33, dan S-2 = 20. Kategori-kategori ini ditampilkan sebagai $\frac{30}{228}, \frac{70}{228}, \frac{55}{228}, \frac{20}{228}, \frac{33}{228}$ dan $\frac{20}{228}$ dari total seluruh pegawai (yang berjumlah 228). Untuk menentukan sudut pusat setiap sektor pada diagram lingkaran, Anda kalikan pecahan ini dengan 360° (1 lingkaran memiliki sudut pusat = 360°). Dengan demikian, tiap-tiap sektor lingkaran memiliki sudut pusat sebagai berikut.

– SD = 30, sudut pusatnya = $\frac{30}{228} \times 360^\circ = 47{,}4^\circ$

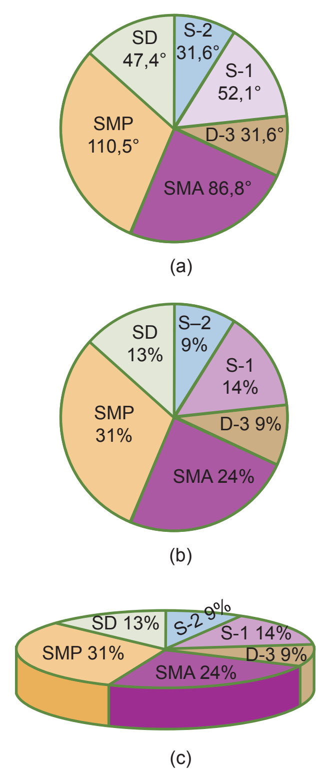
– SMP = 70, sudut pusatnya = $\frac{70}{228} \times 360^\circ = 110{,}5^\circ$

– SMA = 55, sudut pusatnya = $\frac{55}{228} \times 360^\circ = 86{,}8^\circ$

– D-3 = 20, sudut pusatnya = $\frac{20}{228} \times 360^\circ = 31{,}6^\circ$

– S-1 = 33, sudut pusatnya = $\frac{33}{228} \times 360^\circ = 52{,}1^\circ$

– S-2 = 20, sudut pusatnya = $\frac{20}{228} \times 360^\circ = 31{,}6^\circ$



Gambar 1.7
Diagram lingkaran dari data yang diberikan pada Contoh Soal 1.1

Diagram lingkarannya ditunjukkan pada Gambar 1.7a. Masing-masing tingkat pendidikan dapat pula dihitung persentasenya, misalnya persentase jumlah SD adalah $\frac{30}{228} \times 100\% = 13\%$.

Data selengkapnya dapat dilihat pada Gambar 1.7b. Adapun Gambar 1.7c adalah variasi lain dari bentuk diagram lingkaran.

Kegiatan 1.3

Membuat Diagram Lingkaran

Lakukan dan diskusikan kegiatan ini secara berkelompok. Tuliskan hal-hal penting dari kegiatan ini di buku latihan Anda. Kemudian, presentasikan hasilnya di depan kelas.

1. Buatlah angket tentang pelajaran mana yang paling disukai siswa dari mata pelajaran berikut: Matematika, Ekonomi, Sejarah, dan Geografi. Minta seluruh siswa di kelas Anda untuk mengisi angket ini.
2. Setelah angket tersebut diisi oleh seluruh siswa, tampilkan hasilnya dalam bentuk diagram lingkaran.

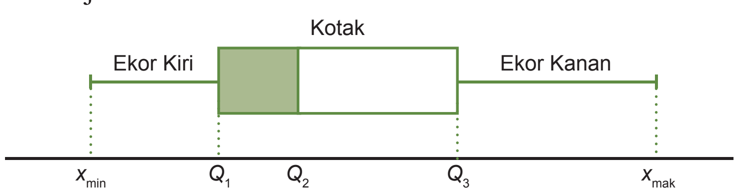
Pertanyaan dan Kesimpulan

Dengan melihat diagram lingkaran hasil buatan Anda, jawablah soal berikut.

1. Manakah pelajaran yang paling disukai teman Anda?
2. Manakah pelajaran yang paling tidak disukai oleh teman Anda?

d. Diagram Kotak–Garis

Diagram kotak-garis (disingkat DKG) adalah diagram berbentuk *kotak persegipanjang* yang *berekor ke kiri dan ke kanan*. DKG biasanya digunakan untuk menggambarkan letak nisbi berbagai statistik, seperti statistik lima serangkai. DKG dalam statistik lima serangkai menunjukkan pembagian data menjadi empat kelompok. Setiap kelompok data kira-kira mengandung 25% data yang sudah diurutkan dari datum terkecil ke datum terbesar. Untuk pembagian data ini dikenal istilah *kuartil bawah* (Q_1), median atau *kuartil tengah* (Q_2), dan *kuartil atas* (Q_3) yang membagi data terurut atas 4 bagian sama banyak. Gambar 1.8 menunjukkan suatu bentuk umum dari DKG.



Gambar 1.8

Bentuk umum DKG

Median (Q_2) ditandai oleh garis vertikal yang ada dalam kotak, *kuartil bawah* (Q_1) dan *kuartil atas* (Q_3) masing-masing ditandai oleh garis vertikal ujung kiri dan ujung kanan kotak.

Ekor di sebelah kiri kotak berujung di datum terkecil (x_{min}) dan ekor di sebelah kanan kotak berujung di *datum terbesar* (x_{mak}). Setiap kelompok data di antara dua tanda yang berdekatan menampilkan 25% data. Panjang ekor sebelah kiri yang terletak dalam selang antara x_{min} dan Q_1 menampilkan 25% kelompok data kecil. Panjang ekor sebelah kanan yang terletak dalam selang antara Q_3 dan x_{mak} menampilkan 25% kelompok data besar, sedangkan kotak persegipanjang menampilkan 50% kelompok data tengah.

Sebagai contoh, data nilai tes Sosiologi 20 siswa yang telah didaftar dalam urutan naik disajikan dalam Gambar 1.9. Data tersebut memiliki median $Q_2 = 70$, kuartil bawah $Q_1 = 66$, dan kuartil atas $Q_3 = 80$ (Pembahasan tentang cara menentukan median, kuartil bawah, dan kuartil atas dari suatu data akan dibahas dalam Subbab B).

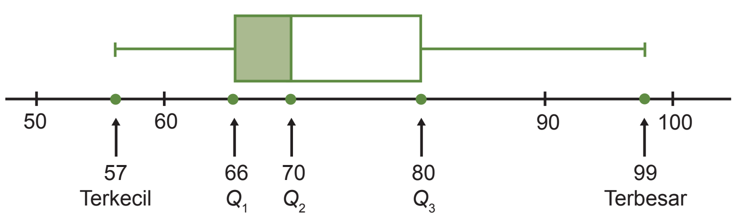
57	58	62	63	66	66	67	67	68	70	70	72	73	75	80	80	81	83	85	99

Kuartil Bawah   Median   Kuartil Atas

Gambar 1.9

Nilai tes Sosiologi dari 20 siswa yang telah diurutkan

Diagram kotak-garis untuk data tersebut, ditunjukkan pada Gambar 1.10.



Gambar 1.10

Diagram kotak garis nilai tes Sosiologi dari 20 siswa pada Gambar 1.9

Dari diagram tersebut, tampak 25% kelompok data kecil terletak antara nilai terkecil (57) dan kuartil bawah (66), sedangkan 25% kelompok data besar terletak di antara kuartil atas (80) dan nilai terbesar (99). Dalam kotak yang terdapat 50% data tengah tampak bahwa 25% data dalam selang antara 70 dan 80 adalah dua kali lebih tersebar dibandingkan dengan 25% data dalam selang antara 66 dan 70. Panjang ekor melengkapi informasi bagaimana dekatnya datum terkecil dan terbesar terhadap kuartil. Tampak bahwa nilai terkecil (57) jauh lebih dekat ke kuartil bawah (66), dibandingkan dengan nilai terbesar (99) terhadap kuartil atas (80). Hal ini dapat dilihat dari ekor kiri yang lebih pendek daripada ekor kanan. Dapat dikatakan 25% data besar lebih *tersebar* daripada 25% data kecil.

Tokoh Matematika

John Wilder Tukey (1915–2000) lahir di New Bedford, Massachusetts pada 16 Juni 1915. Setelah menyelesaikan sekolah *pre college*-nya di rumah, ia mengambil S-1 dan S-2 dalam bidang Kimia. Setelah itu, ia mengambil S-3 dalam bidang Matematika. Sepanjang hidupnya, ia memberikan kontribusi yang sangat besar untuk kepentingan umum. Ia juga penasihat presiden Amerika Eissenhower, Kennedy, dan Johnson.

Sumber: *www.history.mes.st.andrews.co.uk*

5. Menyajikan Data dalam Bentuk Tabel Distribusi Frekuensi

Pada pembahasan A.3, telah dijelaskan bahwa tabel distribusi frekuensi digunakan jika ukuran data cukup besar ($n > 30$). Pada bagian ini, Anda akan mempelajari cara membuat tabel distribusi frekuensi. Tabel distribusi frekuensi ini dapat dibedakan menjadi dua, yaitu tabel *distribusi frekuensi tunggal* dan tabel *distribusi frekuensi berkelompok*. Perhatikan Contoh Soal 1.5 berikut.

Contoh Soal 1.5

Daftar Distribusi Frekuensi Tunggal

Berikut ini data banyaknya anak dari 50 orang pegawai PT *FGH*.

3	2	0	1	4	2	2	2	1	2
0	3	3	2	1	1	2	1	2	2
2	1	2	2	0	3	1	1	2	5
2	2	2	3	2	1	2	1	1	2
3	2	2	4	5	2	0	1	1	2

Buatlah daftar distribusi frekuensi tunggal dari data tersebut.

Penyelesaian:

Berdasarkan data tersebut, terlihat bahwa 4 keluarga tidak mempunyai anak, 13 keluarga mempunyai 1 anak, dan seterusnya. Selanjutnya, data tersebut disajikan dalam daftar distribusi frekuensi, seperti Tabel 1.4.

Tabel 1.4

Tabel distribusi Frekuensi Tunggal

Banyak Anak	Turus (*Tally*)	Banyak Keluarga (Frekuensi)
0	IIII	4
1	~~IIII~~ ~~IIII~~ III	13
2	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ III	23
3	~~IIII~~ I	6
4	II	2
5	II	2
	Jumlah	50

Untuk data yang sangat besar, jika Anda menggunakan tabel distribusi frekuensi tunggal, akan diperoleh tabel distribusi yang panjang. Oleh karena itu, data tersebut harus dikelompokkan dalam kelas-kelas sehingga diperoleh tabel *distribusi frekuensi kelompok*.

Langkah-langkah membuat tabel distribusi frekuensi kelompok adalah sebagai berikut.

Langkah 1. *Jangkauan data* (j) ditentukan, yaitu datum terbesar dikurangi datum terkecil.

$$\boxed{j = x_{\text{mak}} - x_{\text{min}}}$$

Langkah 2. Tentukan banyaknya kelas interval (k) yang diperlukan. Kelas interval adalah selang interval tertentu yang membagi data menjadi beberapa kelompok. Biasanya seorang peneliti harus mempertimbangkan banyaknya kelas interval. Umumnya, paling sedikit 4 kelas interval sampai paling banyak 20 kelas interval. Tetapi perlu diingat bahwa tabel distribusi kelompok digunakan untuk mengungkap atau menekankan pola dari kelompok. Terlalu sedikit atau terlalu banyak kelas interval akan mengaburkan pola yang ada. Jadi, peneliti yang harus menentukan. Namun, ada suatu cara yang ditemukan oleh *H. A. Sturges* pada tahun 1926, yaitu dengan rumus:

$$\boxed{k = 1 + 3{,}3 \log n}$$

dengan k = banyak kelas berupa bilangan bulat, dan
n = banyaknya data.

Misalkan, $n = 90$ maka banyaknya kelas:
$k = 1 + 3{,}3 \log 90 = 1 + 3{,}3\ [1{,}9542] = 7{,}449$
Oleh karena k harus bilangan *bulat*, banyaknya kelas adalah 7 atau 8.
Urutan kelas interval dimulai dari datum terkecil yang disusun hingga datum terbesar.

Langkah 3. *Panjang kelas interval* (p) ditentukan dengan persamaan:

$$\boxed{p = \frac{\text{jangkauan } (j)}{\text{banyaknya kelas } (k)}}$$

Nilai p harus disesuaikan dengan ketelitian data. Jika data teliti sampai satuan, nilai p juga harus satuan. Untuk data yang ketelitiannya hingga satu tempat desimal, p juga harus teliti sampai satu desimal.

Langkah 4. Batas kelas interval (batas bawah dan batas atas) ditentukan. Batas bawah kelas pertama bisa diambil sama dengan nilai datum terkecil atau nilai yang lebih kecil dari datum terkecil. Akan tetapi, selisih batas bawah dan batas atas harus *kurang* dari panjang kelas. Secara umum, bilangan

Enter

Materi tentang Statistika dapat dilihat pada situs
- *(http://en.wikipedia.org/wiki/Statistics)*
- *(http://id.wikipedia.org/wiki/Statistika)*
- *http://209.85.173.104/search?q=cache:A7Nk-BEHpKYJ:202.152.31.170/modul/adaptif/adaptif_matematika/statistika.pdf+MAT.11&hl=id&ct=clnk&cd=4&gl=id*

Catatan

Turus (*tally*) adalah cara mudah menghitung frekuensi. Banyak kelas biasanya diambil paling sedikit 5 kelas dan paling banyak 20 kelas.

di sebelah kiri dari bentuk $a - b$, yaitu a disebut *batas bawah* dan bilangan di sebelah kanannya, yaitu b disebut *batas atas*.

Secara konvensional, batas bawah kelas dipilih sebagai kelipatan dari panjang kelas, namun ada juga yang memilih batas atas kelas sebagai kelipatan dari panjang kelas.

Langkah 5. Batas bawah nyata dan batas atas nyata ditentukan. Batas bawah nyata disebut juga *tepi bawah* dan batas atas nyata disebut juga *tepi atas*. Definisi tepi bawah dan tepi atas adalah sebagai berikut.
Jika data teliti hingga *satuan* maka:
- tepi bawah = batas bawah – 0,5 dan
- tepi atas = batas atas + 0,5

Jika data teliti hingga *satu tempat desimal* maka:
- tepi bawah = batas bawah – 0,05 dan
- tepi atas = batas atas + 0,05

Jika data teliti hingga *dua tempat desimal* maka:
- tepi bawah = batas bawah – 0,005 dan
- tepi atas = batas atas + 0,005

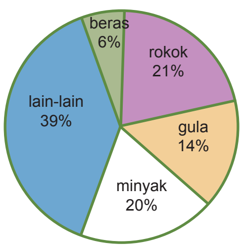
Langkah 6. Frekuensi dari setiap kelas interval ditentukan. Dalam hal ini turusnya ditentukan terlebih dahulu.

Langkah 7. Titik tengah interval (*mid point*) ditentukan. *Titik tengah* atau nilai tengah disebut juga dengan istilah *tanda kelas* (*class mark*), yaitu nilai rataan antara batas bawah dan batas atas pada suatu kelas interval. Titik tengah dianggap sebagai *wakil* dari nilai-nilai datum yang termasuk dalam suatu kelas interval. Titik tengah dirumuskan oleh

$$\text{Titik tengah} = \frac{1}{2}[\text{batas bawah} + \text{batas atas}]$$

Solusi

Hasil penjualan suatu toko serba ada diperlihatkan dalam diagram lingkaran di bawah ini.



Jika diketahui hasil penjumlahan minyak lebih besar Rp1.260.000,- dibandingkan hasil penjualan beras maka hasil penjualan rokok adalah

Penyelesaian:
- Penjualan
  Minyak–beras = 1.260.000
  20% – 6% = 1.260.000
  14% = 1.260.000
- Penjualan rokok 21%
  $= \dfrac{21\%}{14\%}$
  = Rp1.890.000,-

UM-UGM 2007

Contoh Soal 1.6

Membuat Daftar Distribusi Frekuensi Kelompok

Berikut ini adalah data nilai ujian mata pelajaran Bahasa Indonesia dari 90 siswa Kelas XI.

70	40	69	71	65	63	82	76	52
65	72	75	82	90	65	68	77	60
36	75	81	72	58	69	60	**98**	74
42	80	79	54	83	62	78	75	69
80	95	38	82	72	90	71	49	84

79	66	91	74	78	82	63	78	75
72	73	77	76	44	65	75	84	77
84	64	66	60	70	72	84	58	**33**
70	80	60	55	77	82	58	52	76
80	67	86	68	75	68	67	78	85

Buatlah daftar distribusi frekuensi kelompok dari data tersebut.

Penyelesaian:

Langkah 1. Datum terbesar adalah 98 dan datum terkecil adalah 33, sehingga jangkauan data:

$j = x_{mak} - x_{min} = 98 - 33 = 65$

Langkah 2. Banyaknya kelas interval adalah:

$k = 1 + 3{,}3 \log 90 = 1 + 3{,}3(1{,}9542) = 7{,}449$

Untuk kasus ini, diambil kelas interval 7.

Langkah 3. Menentukan panjang kelas interval.

$p = \dfrac{j}{k} = \dfrac{65}{7} = 9{,}29$ (bisa diambil 9 atau 10). Untuk contoh ini, diambil $p = 10$.

Langkah 4. Menentukan batas kelas interval.

Batas kelas ke-1 bisa diambil 33, tetapi agar kelas interval kelihatan bagus diambil batas bawah 31, sehingga didapat batas atasnya $31 + 9 = 40$.

batas kelas ke-2 = 41 – 50
batas kelas ke-3 = 51 – 60
batas kelas ke-4 = 61 – 70
batas kelas ke-5 = 71 – 80
batas kelas ke-6 = 81 – 90
batas kelas ke-7 = 91 – 100

Langkah 5. Untuk kasus ini, *Langkah 5* tidak diperlukan, tetapi langkah ini akan sangat diperlukan pada kasus yang akan dibahas selanjutnya.

Langkah 6. Frekuensi setiap kelas interval dapat dicari dengan menentukan turusnya terlebih dahulu (lihat Tabel 1.5).

Langkah 7. Menentukan titik tengah interval.

Titik tengah kelas ke-1 = $\frac{1}{2}(31 + 40) = 35{,}5$

Titik tengah kelas ke-2 = $\frac{1}{2}(41 + 50) = 45{,}5$

Titik tengah kelas ke-3 = $\frac{1}{2}(51 + 60) = 55{,}5$

Titik tengah kelas ke-4 = $\frac{1}{2}(61 + 70) = 65{,}5$

Titik tengah kelas ke-5 = $\frac{1}{2}(71 + 80) = 75{,}5$

Titik tengah kelas ke-6 = $\frac{1}{2}(81 + 90) = 85{,}5$

Titik tengah kelas ke-7 = $\frac{1}{2}(91 + 100) = 95{,}5$

Catatan

1. Logaritma adalah invers dari perpangkatan. ${}^{p}\log a = n$ jika dan hanya jika $p^n = a$, dengan:
   p disebut bilangan pokok;
   a disebut jumlah;
   n disebut hasil logaritma.
2. Bilangan pokok 10 sering tidak dituliskan. Misalnya, $\log a$ dapat berarti ${}^{10}\log a$.
3. Nilai logaritma dapat dicari menggunakan tabel logaritma atau kalkulator.

Daftar distribusi frekuensi kelompok dari data tersebut, tampak seperti Tabel 1.5 berikut ini.

Tabel 1.5
Daftar Distribusi Frekuensi Kelompok

Nilai	Nilai Tengah (x_i)	Turus (*Tally*)	Frekuensi
31 – 40	35,5	IIII	4
41 – 50	45,5	III	3
51 – 60	55,5	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11
61 – 70	65,5	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ I	21
71 – 80	75,5	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ III	33
81 – 90	85,5	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	15
91 – 100	95,5	III	3
		Jumlah	90

Dari tabel tersebut, tampak siswa paling banyak memperoleh nilai antara 71–80.

Dalam Tabel 1.5, frekuensi dinyatakan dalam bilangan cacah yang menyatakan banyaknya datum dalam setiap kelas. Bentuk ini dinamakan *bentuk absolut*. Frekuensi absolut disingkat dengan f_{abs}. Jika frekuensi dinyatakan dalam persen, diperoleh tabel distribusi *frekuensi relatif*, yang biasa disingkat dengan f_{rel}. Besar atau kecilnya frekuensi suatu kelas dapat dibandingkan dengan banyaknya seluruh datum (total frekuensi). Perbandingan ini dinamakan *frekuensi relatif* dari kelas itu. *Frekuensi relatif* bisa dinyatakan dengan persen sehingga sering juga dilambangkan dengan $f(\%)$. Dengan demikian, frekuensi relatif diperoleh dengan membagi frekuensi suatu datum (f_{abs}) dengan ukuran (banyak) data dan dikalikan dengan 100%. Secara matematis, dapat ditulis sebagai berikut.

$$\boxed{f_{\text{rel}} = \frac{f_{\text{abs}}}{n} \times 100\%}$$

Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 1.7 berikut.

Tabel 1.6

Nilai	f_{abs}
51 – 60	4
61 – 70	13
71 – 80	21
81 – 90	11
91 – 100	7

Contoh Soal 1.7

Membuat Tabel Frekuensi Relatif

Dari daftar distribusi frekuensi absolut pada Tabel 1.6, tentukanlah tabel distribusi frekuensi relatifnya.

Penyelesaian:
Jumlah frekuensi (n) = 4 + 13 + 21 + 11 + 7 = 56.

Untuk kelas ke-1: $f_{\text{rel}} = \frac{4}{56} \times 100\% = 7{,}14\%$

Untuk kelas ke-2: $f_{rel} = \frac{13}{56} \times 100\% = 23{,}21\%$

Untuk kelas ke-3: $f_{rel} = \frac{21}{56} \times 100\% = 37{,}5\%$

Demikian seterusnya sehingga diperoleh nilai-nilai seperti pada kolom ketiga Tabel 1.7.

Tabel 1.7

Nilai	f_{abs}	f_{abs} (%)
51 – 60	4	7,14
61 – 70	13	23,21
71 – 80	21	37,50
81 – 90	11	19,64
91 – 100	7	12,50

6. Histogram dan Poligon Frekuensi

Dari tabel distribusi frekuensi kelompok, dapat dibuat histogram dan poligon frekuensi.

Histogram adalah penyajian distribusi frekuensi menggunakan gambar yang berbentuk diagram batang tegak. Pada histogram, antara dua batang yang berdampingan tidak terdapat jarak sehingga antara satu batang dan batang lainnya berimpit. Sumbu tegak pada histogram menyatakan *frekuensi* dan sumbu datar menyatakan *kelas-kelas interval*. Dalam hal ini, batas kelas interval merupakan *tepi bawah* dan *tepi atas*. Jika setiap tengah-tengah sisi atas persegipanjang yang berdampingan dihubungkan dengan suatu garis, akan terbentuk diagram garis yang disebut *poligon frekuensi*. Untuk lebih memahaminya, Anda pelajari contoh soal berikut ini.

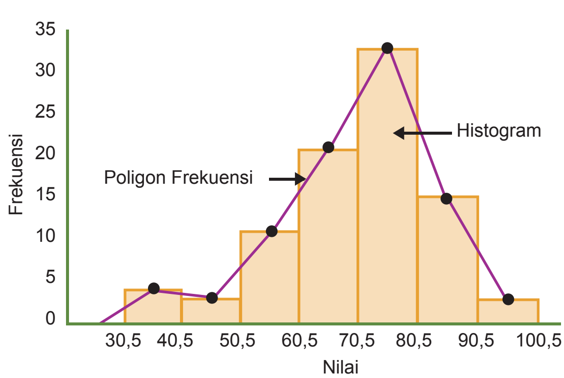
Contoh Soal 1.8

Membuat Histogram dan Poligon Frekuensi

Dengan menggunakan data pada Contoh Soal 1.6, buatlah histogram dan poligon frekuensi dari data tersebut.

Penyelesaian:

Dengan menggunakan daftar distribusi frekuensi kelompok serta nilai tepi atas dan tepi bawah interval (Tabel 1.5), didapat histogram dan poligon frekuensi sebagai berikut.



Soal Menantang

Tinggi badan 50 siswa (dalam cm) yang dipilih secara acak menghasilkan data berikut.

162 165 158 171 169 163
162 165 158 155 154 170
158 158 155 154 152 160
170 159 154 172 162 170
164 170 151 162 160 159
159 157 159 167 160 159
155 172 154 155 173 166
158 156 175 155 165 159
153 163

a. Tentukan tinggi badan siswa yang paling tinggi.
b. Tentukan tinggi badan siswa yang paling pendek.
c. Berapakah jangkauan dari data tinggi badan ini?
d. Buatlah sebuah tabel distribusi frekuensi kelompok dengan menggunakan panjang kelas interval 4 cm dan dimulai dari tinggi 150 cm.
e. Lukislah sebuah histogram dan poligon frekuensi untuk menampilkan distribusi data tinggi siswa.
f. Dari histogram yang Anda peroleh, bagaimana kecenderungan datanya?

7. Menyajikan Data dalam Bentuk Tabel Distribusi Frekuensi Kumulatif

Tabel distribusi frekuensi kumulatif diperoleh dari tabel distribusi frekuensi biasa, yaitu dengan menjumlahkan frekuensi demi frekuensi.

Ada dua macam tabel distribusi frekuensi kumulatif, yaitu *kurang dari* dan *lebih dari*. Frekuensi kumulatif relatif disertakan juga dan dapat dihitung dengan rumus berikut.

$$f_{\text{kum relatif}} = \frac{f_{\text{kum absolut}}}{n} \times 100\%$$

Untuk membuat tabel distribusi frekuensi kumulatif *kurang dari*, digunakan *tepi atas* kelas dan untuk yang *lebih dari*, digunakan *tepi bawah* kelas, dengan rumus-rumus berikut.

$$\begin{aligned} \text{Tepi atas} &= \text{batas atas} + 0{,}5 \\ \text{Tepi bawah} &= \text{batas bawah} - 0{,}5 \end{aligned}$$

Ingat, penambahan ± 0,5 adalah untuk yang nilai datanya teliti hingga *satuan*.

Contoh Soal 1.9

Membuat Distribusi Frekuensi Kumulatif

Buatlah tabel frekuensi kumulatif untuk data pada Contoh Soal 1.7.

Penyelesaian:

Tabel distribusi kumulatif *kurang dari* dapat disajikan dalam tabel berikut.

Nilai	$f_{\text{kum absolut}}$ <	$f_{\text{kum relatif (\%)}}$ <
< 60,5	4	7,14
< 70,5	4 + 13 = 17	30,35
< 80,5	17 + 21 = 38	67,85
< 90,5	38 + 11 = 49	87,50
< 100,5	49 + 7 = 56	100

Berdasarkan tabel tersebut, data yang nilainya *kurang dari* 70,5 sebanyak 17 atau 30,35%, sedangkan data yang nilainya *kurang dari* 90,5 sebanyak 49 atau 87,50%.

Tabel distribusi kumulatif *lebih dari* dapat disajikan dalam tabel berikut.

Nilai	$f_{\text{kum absolut}}$ >	$f_{\text{kum relatif (\%)}}$ >
> 50,5	52 + 4 = 56	100
> 60,5	39 + 13 = 52	92,85
> 70,5	18 + 21 = 39	69,64
> 80,5	7 + 11 = 18	32,14
> 90,5	7	12,50

Soal Menantang!

Dalam suatu selang waktu tertentu, 100 panggilan telepon tersambung. Lama sambungan (dalam menit) sampai dengan 0,1 menit terdekat untuk setiap 100 panggilan ini dicatat dalam tabel distribusi frekuensi berikut.

Lama Panggilan (menit)	Banyak Panggilan
1,0 – 1,9	9
2,0 – 2,9	14
3,0 – 3,9	18
4,0 – 4,9	27
5,0 – 5,9	12
6,0 – 6,9	10
7,0 – 7,9	6
8,0 – 8,9	4

a. Buatlah sebuah tabel frekuensi kumulatif, kemudian gambarlah kurva frekuensi kumulatifnya.

b. Gunakan kurva pada **a** untuk menaksir persentase panggilan yang lama waktunya antara 2,5 menit dan 5,5 menit.

Berdasarkan tabel tersebut, data yang nilainya lebih dari 80,5 sebanyak 18 atau 32,14%, sedangkan data yang nilainya lebih dari 60,5 sebanyak 52 atau 92,85%.
Coba Anda perhatikan tabel distribusi kumulatif *kurang dari* dan *lebih dari*. Di manakah letak perbedaannya? Jelaskan.

8. Ogif

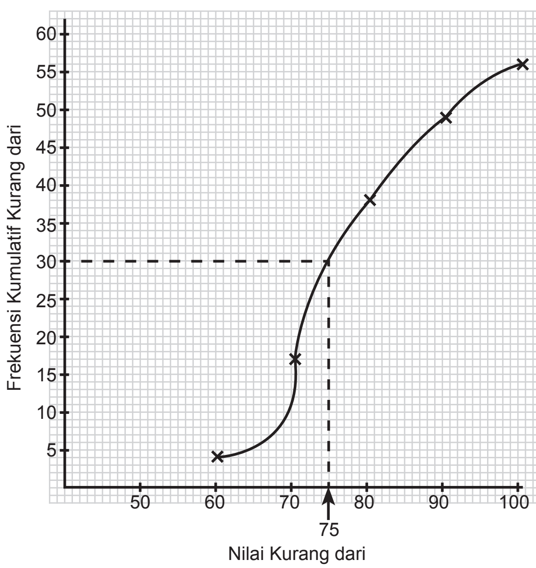
Perhatikan kembali tabel distribusi frekuensi kumulatif kurang dari yang telah Anda peroleh pada Contoh Soal 1.9, seperti Tabel 1.8.

Dari Tabel 1.8 tampak 4 siswa nilainya lebih kecil daripada 70,5. Adapun 38 siswa nilainya lebih kecil daripada 80,5, dan seterusnya. Bagaimana dengan yang nilainya lebih kecil dari 75? Tabel 1.8 *tidak* memberikan informasi berapa banyak siswa yang nilainya lebih kecil dari 75.

Untuk mengatasi masalah ini, kita harus menggambar suatu kurva mulus yang dikenal sebagai *kurva frekuensi kumulatif kurang dari* atau *ogif positif*. Caranya dengan menggambarkan setiap frekuensi kumulatif kurang dari terhadap nilai-nilai, seperti ditunjukkan pada Gambar 1.11.

Tabel 1.8
Tabel Distribusi Frekuensi Kumulatif Kurang dari

Nilai	Banyak Siswa
< 60,5	4
< 70,5	17
< 80,5	38
< 90,5	49
< 100,5	56



Gambar 1.11
Kurva frekuensi kumulatif kurang dari (ogif positif) untuk Tabel 1.8.

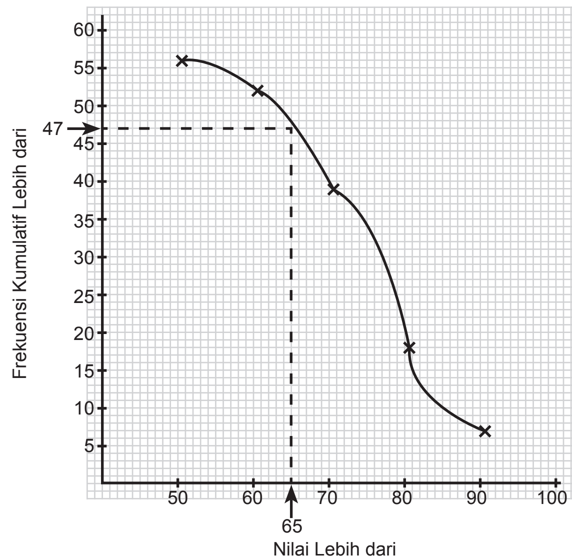
Dari Gambar 1.11 Anda dapat menaksir ada 30 siswa yang memiliki nilai lebih kecil dari 75. Dengan cara yang sama, Anda dapat menggunakan kurva ini untuk menaksir banyak siswa yang nilainya lebih kecil daripada nilai tertentu lainnya.

Dari tabel frekuensi kumulatif lebih dari, Anda juga dapat menggambar kurva mulus, yaitu *kurva frekuensi kumulatif lebih dari* atau *ogif negatif*. Caranya, dengan membuat grafik

Tabel 1.9
Tabel Distribusi Frekuensi Kumulatif Lebih dari

Nilai	Banyak Siswa
> 50,5	56
> 60,5	52
> 70,5	39
> 80,5	18
> 90,5	7

frekuensi kumulatif lebih dari (perhatikan Tabel 1.9) terhadap nilai-nilai, seperti ditunjukkan pada Gambar 1.12 berikut ini.



Gambar 1.12

Kurva frekuensi kumulatif lebih dari (ogif negatif) untuk Tabel 1.9.

Dari Gambar 1.12, Anda dapat menaksir bahwa 47 siswa memiliki nilai lebih besar dari 65. Dengan cara yang sama, Anda dapat menggunakan kurva ini untuk menaksir banyak siswa yang nilainya lebih besar daripada nilai tertentu lainnya.

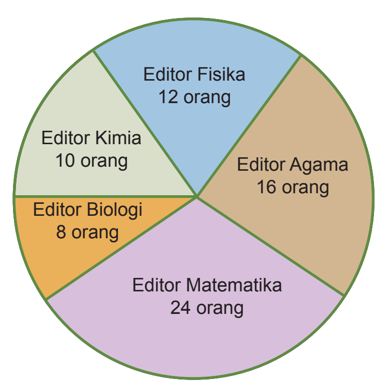
Uji Kemampuan 1.1

Kerjakan soal-soal berikut di buku latihan Anda.

1. Apa yang dimaksud dengan istilah berikut?
   a. Statistik
   b. Statistika
   c. Data kuantitatif
   d. Data kualitatif
   Berikan contohnya masing-masing.
2. Jelaskan pengertian populasi dan sampel. Berikan contohnya.
3. Data jumlah pegawai PT ABC dari tahun 1999 sampai dengan tahun 2004 ditunjukkan pada tabel berikut ini.

Jenis Kelamin	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Laki-Laki	72	50	60	62	78	80
Perempuan	30	40	80	85	95	98

   Gambarlah data ini dalam bentuk diagram batang.
4. Jumlah editor di sebuah perusahaan penerbit berdasarkan bidang keahliannya disajikan dalam diagram lingkaran dibuat ini.



   Tentukan persentase editor berdasarkan keahliannya.

5. Pada sebuah sekolah, dipilih 30 siswa Kelas XI secara acak dan dilakukan tes Matematika dengan tujuan membuat peringkat pemahaman matematika setiap siswa. Peringkat paling rendah diberi angka 1 dan paling tinggi diberi angka 6.

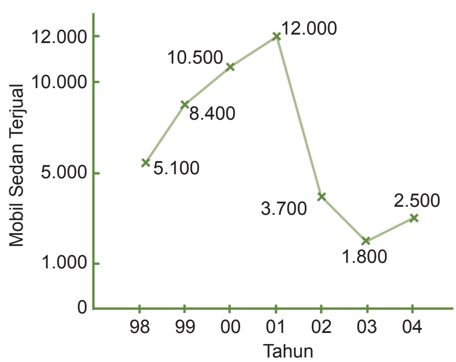
   Hasil peringkat ditunjukkan berikut ini.

   2 2 3 3 4 1 4 6 3 4 1 6 1 3 5

   4 4 6 2 6 3 2 6 3 4 3 6 4 6 6

   a. Lukislah diagram garis untuk seluruh sampel.
   b. Lukislah diagram garis untuk data baris pertama yang diperoleh dari sampel siswa putri.
   c. Lukislah diagram garis untuk data baris kedua yang diperoleh dari sampel siswa putra.
   d. Kesimpulan apakah yang dapat Anda peroleh dengan membandingkan diagram garis pada **b** dan **c**?

6. Diagram garis berikut ini menunjukkan jumlah mobil sedan baru yang terjual setiap tahun dalam kurun waktu 1998–2004.



   a. Berapakah jumlah mobil yang terjual pada tahun
   i) 1998 **ii)** 2000
   b. Berapakah jumlah maksimum mobil yang pernah terjual dalam 1 tahun?
   c. Cukup dengan melihat diagram garis tersebut (tanpa menghitung), dalam periode kapankah penjualan mobil mengalami persentase kenaikan paling besar?
   d. Apa kira-kira yang menyebabkan penurunan drastis dari jumlah mobil yang terjual?
   e. Bagaimanakah prospek penjualan mobil setelah tahun 2004?

7. Sebuah kotak berisi sejumlah mangga dan setiap mangga ditimbang beratnya. Berat setiap mangga dalam gram adalah sebagai berikut:

   321 285 260 198 242 305 200 208
   275 195 311 309 224 382 340 283
   315 295 326 189

   a. Buatlah diagram kotak-garis untuk data tersebut.
   b. Hitunglah berapa persentase mangga yang beratnya paling kecil 250 gram.

8. Distribusi data berikut ini merupakan nilai ulangan Bahasa Jepang dari 70 siswa Kelas XI.

   68 74 82 67 49 86 92 43 56
   66 72 70 67 70 52 68 78 83
   40 82 72 65 55 74 90 64 82
   46 38 60 72 78 60 54 78 80
   62 53 40 70 80 58 60 50 92
   90 62 73 50 76 74 49 62 58
   78 82 70 48 60 62 62 55 78
   48 68 79 50 68 71 50

   a. Susunlah distribusi data tersebut dalam bentuk tabel distribusi frekuensi kelompok.
   b. Gunakan tabel pada **a** untuk membuat histogram dan poligon frekuensi.

9. Data hasil nilai ulangan Matematika ditampilkan pada tabel berikut ini.

Nilai	Frekuensi
31 – 40	4
41 – 50	3
51 – 60	11
61 – 70	21
71 – 80	33
81 – 90	15
91 – 100	3

   a. Jika syarat kelulusan adalah nilai 61 ke atas, berapa orang siswa yang lulus?
   b. Berapa persen siswa yang nilainya 80 ke bawah?
   c. Jika nilai yang lebih kecil dari 55 dinyatakan tidak lulus, berapa siswakah yang tidak lulus?

10. Tabel berikut menunjukkan distribusi nilai dari 100 peserta dalam suatu ujian komprehensif.

Nilai	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89	90–99
Frekuensi	4	8	30	35	18	4	1

Buatlah sebuah tabel frekuensi kumulatif. Gunakan tabel ini untuk menaksir:

a. jumlah peserta yang nilainya antara 54 dan 74;

b. jumlah peserta yang nilainya di atas 66;

c. nilai minimum yang diperlukan untuk mendapatkan hasil A jika 10 persen dari peserta ternyata mendapatkan hasil A.

11. Nilai ujian mata pelajaran Matematika Kelas XI ditunjukkan oleh tabel berikut ini.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	16	9	6	5	3	1

Berapa banyak siswa yang lulus, jika nilai siswa yang lebih rendah dari rata-rata dinyatakan tidak lulus.

12. Data jumlah pegawai berdasarkan kelompok umur yang bekerja pada sebuah konsultan keuangan disajikan pada tabel berikut ini.

Umur (dalam tahun)	Jumlah Pegawai
30 – 35	5
35 – 40	7
40 – 45	6
45 – 50	9
50 – 55	4

Untuk data pada tabel tersebut:

a. Buatlah tabel frekuensi kumulatif kurang dari, kemudian buatlah kurva frekuensi kumulatif kurang dari (ogif positif)

b. Buatlah tabel frekuensi kumulatif lebih dari, kemudian buatlah kurva frekuensi kumulatif lebih dari (ogif negatif)

c. Dari kurva pada soal **a**, taksirlah jumlah pegawai yang umurnya kurang dari 47.

d. Dari kurva pada soal **b**, taksirlah jumlah pegawai yang umurnya lebih dari 43.

Soal Terbuka

1. Jelaskan cara menyajikan data dengan *diagram batang* dan *diagram lingkaran* menggunakan kalimat Anda sendiri.

2. Sebutkan kelebihan dan kekurangan penyajian data dalam bentuk *diagram garis*, *diagram batang*, *diagram lingkaran*, dan *diagram kotak-garis*.

B. Ukuran Pemusatan dan Letak Data

1. Mean, Modus, dan Median untuk Data Tunggal

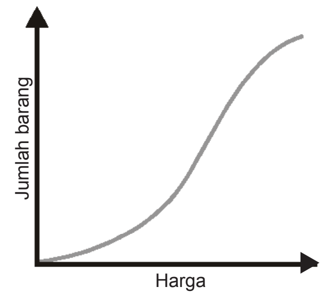
Gambar 1.13

Dalam Subbab A, Anda telah mempelajari cara mengumpulkan data statistik dan menyajikannya dalam berbagai bentuk tabel dan diagram. Penyajian data seperti ini hanya memberikan gambaran menyeluruh, tetapi belum cukup digunakan untuk pengambilan keputusan tertentu, misalnya:

- apakah perusahaan susu yang menyatakan bahwa berat bersih susu bubuk kalengnya 1 kg (Gambar 1.13) adalah benar atau salah;

- berapa harga terendah yang harus ditetapkan agar 75% barang laku terjual (Gambar 1.14);
- model mobil manakah yang paling banyak harus diproduksi oleh sebuah perusahaan mobil (Gambar 1.15).

Keputusan-keputusan tersebut dapat diambil dari ukuran statistik: rataan (*mean*), modus, dan median. Ketiga ukuran statistik ini cenderung terletak di pusat data yang telah diurut berdasarkan besarnya. Oleh karena itu, ketiga ukuran ini disebut *ukuran pemusatan data* atau *ukuran tendensi sentral*. Di Kelas IX, tentunya Anda sudah mengetahui definisi *mean*, *modus*, dan *median* untuk data tunggal.



Gambar 1.14


Sumber: *www.zcars.com.au*

Gambar 1.15

> *Mean* atau *rataan* dari sekumpulan data didefinisikan sebagai jumlah seluruh datum dibagi dengan banyak datum.
> *Median* dari sekumpulan data yang telah diurutkan besarnya (disebut *statistik terurut*) adalah datum yang membagi data terurut menjadi dua bagian yang sama banyak.
> *Modus* dari sekumpulan data adalah datum yang terjadi paling sering atau datum yang memiliki frekuensi paling besar.

Untuk mengingat kembali materi tersebut, perhatikan contoh berikut.

Contoh Soal 1.10

Mean, Modus, dan Median dari Data Tunggal

Perhatikan data berikut:

a. 6 8 5 7 6 3 2 4 8

b. 2 3 6 6 7 8 7 6 9 8

Tentukan *mean*, modus, dan mediannya.

Penyelesaian:

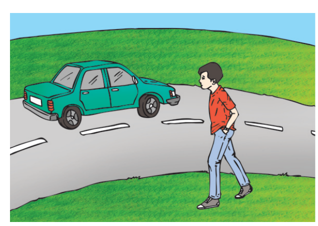
a. $$Mean = \frac{\text{jumlah seluruh datum}}{\text{banyak datum}}$$

$$= \frac{6+8+5+7+6+3+2+4+8}{9} = 5{,}4$$

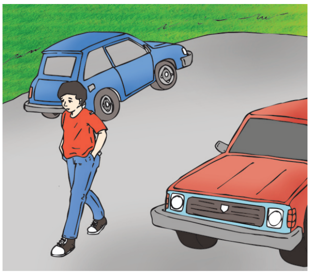
Modusnya adalah 6 dan 8 karena datum tersebut paling banyak muncul, yaitu 2 kali.

Untuk menentukan median, data tersebut harus diurutkan terlebih dahulu dari kecil ke besar.

$$\underbrace{2 \quad 3 \quad 4 \quad 5}_{4\text{ datum}} \quad \underset{\text{Median}}{\underset{\uparrow}{6}} \quad \underbrace{6 \quad 7 \quad 8 \quad 8}_{4\text{ datum}}$$


Gambar 1.16

Untuk banyaknya data ganjil, median adalah titik data (datum) yang di tengah, seperti "marka putih" di tengah jalan.



Gambar 1.17

Untuk banyaknya data genap, median seperti posisi marka jalan, tetapi tanpa garis putih.

Banyak datum = 9 merupakan bilangan *ganjil* sehingga:
Median = datum ke-5 = **6**

b. $Mean = \dfrac{2+3+6+6+7+8+7+6+9+8}{10} = 6{,}2$

Modusnya adalah **6** sebab datum ini paling banyak muncul, yaitu 3 kali.
Bentuk statistik terurut:

$$\underbrace{2\quad 3\quad 6\quad 6\quad 6}_{\text{5 datum}} \quad \underset{\text{Median}}{\uparrow} \quad \underbrace{7\quad 7\quad 8\quad 8\quad 9}_{\text{5 datum}}$$

Banyak datum = 10 merupakan bilangan genap sehingga:
Median = rata-rata dua data yang di tengah

$$= \frac{1}{2}[\text{datum ke-5} + \text{datum ke-6}] = \frac{1}{2}(6+7) = \mathbf{6{,}5}$$

Anda dapat menentukan *mean* dengan bantuan kalkulator *scientific*, misalnya tipe *fx*-3600 *Pv*. Misalkan, Anda akan mencari *mean* dari data pada Contoh Soal 1.10a. Sebelumnya, Anda set kalkulator pada fungsi statistika dengan menekan tombol MODE SD . Kemudian, simpan data yang dibutuhkan dalam memori kalkulator dengan menekan tombol-tombol berikut.
SHIFT KAC 6 DATA 8 DATA 5 DATA 7 DATA 6 DATA 3 DATA 2 DATA 4 DATA 8 DATA

Untuk menampilkan *mean*, tekan tombol SHIFT $\bar{x}$ sehingga pada layar akan tampak hasilnya, yaitu 5,4. Dengan cara yang sama, coba Anda tentukan *mean* dari data pada Contoh Soal 1.10b.

Pengerjaan pada Contoh Soal 1.10 memberi gambaran mengenai rumus *mean* dan median sebagai berikut.
Misalkan, diketahui statistik terurut $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ dengan banyak datum n. Berdasarkan pengertian *mean*:

$Mean = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}$, dengan menggunakan notasi Σ

maka $Mean = \bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ($\bar{x}$ adalah notasi untuk mean).

Median adalah nilai tengah dari data sehingga berlaku ketentuan berikut.

- Untuk *n ganjil*, median sama dengan datum yang di tengah.

  Datum yang di tengah adalah datum yang ke-$\left(\dfrac{n+1}{2}\right)$.

  Dengan demikian, Median = $x_{\frac{n+1}{2}}$

Catatan

Modus bisa memiliki satu nilai, dua nilai atau lebih, tetapi bisa saja suatu data statistik *tidak* memiliki modus. Hal ini terjadi ketika semua datum muncul sama banyak. Sebagai contoh data statistik
1 1 2 2 4
4 5 5 8 8
tidak memiliki modus karena datum 1, 2, 4, 5, dan 8 muncul sama banyak, yaitu dua kali.

- Untuk *n genap*, median sama dengan rata-rata dua datum yang di tengah. Dua datum yang di tengah adalah datum ke-$\left(\frac{n}{2}\right)$ dan datum ke-$\left(\frac{n}{2}+1\right)$. Dengan demikian,

  $$\text{Median} = \frac{1}{2}\left[x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right]$$

Kedua rumus ini diturunkan berdasarkan definisi/pengertian median, yang dapat dilihat pada halaman 25.

Contoh Soal 1.11

Data Tunggal dengan Frekuensi

Untuk suatu nomor tertentu pada kertas ujian Matematika, seorang peserta bisa mendapatkan skor 0, 1, 2, 3, 4, atau 5. Skor yang dicapai oleh 40 siswa untuk nomor tertentu ini ditunjukkan pada Tabel 1.10.

Tentukan

a. *mean*;

b. modus;

c. median untuk tabel tersebut.

Tabel 1.10
Skor Ujian Matematika

Nilai	Banyak Peserta
0	4
1	3
2	6
3	5
4	9
5	13

Penyelesaian:

a. $$Mean = \frac{\text{jumlah seluruh datum}}{\text{banyak datum}}$$

$$= \frac{(4\times 0)+(3\times 1)+(6\times 2)+(5\times 3)+(9\times 4)+(13\times 5)}{40}$$

$$= \frac{131}{40} = 3{,}275$$

Coba Anda periksa hasil ini dengan kalkulator.

b. Modusnya 5 sebab datum tersebut paling sering muncul, yaitu 13 kali.

c. Perhatikan Tabel 1.11 banyak datum n = 40 (genap) sehingga

$$\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ dan } \frac{n}{2} + 1 = 21$$

$$\text{Median} = \frac{1}{2}\left[x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right] = \frac{1}{2}[x_{20} + x_{21}] = \frac{1}{2}[4+4] = 4$$

Tabel 1.11
Skor Ujian Matematika

Nilai	Banyak Peserta	
0	4	7
1	3	13
2	6	18
3	5	27
4	9	
5	13	

x_{19} sampai dengan x_{27} terletak di sini, berarti x_{20} = 4 dan x_{21} = 4.

Pengerjaan pada Contoh 1.11 memberi gambaran mengenai rumus untuk menentukan *mean* dari data tunggal dengan frekuensi setiap datum telah diketahui (diberikan), yaitu sebagai berikut.

$$Mean = \bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_kx_k}{n}, \text{ dengan } n = f_1 + f_2 + \ldots + f_k,$$

atau $$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

Kegiatan 1.4

Lakukan kegiatan berikut secara berkelompok. Setiap kelompok terdiri atas 4-5 orang. Carilah harga 5 bungkus rokok yang berbeda. Hitunglah banyak rokok di setiap bungkusnya. Gunakan data ini untuk menghitung soal berikut.

1. Pak Dadi dalam sehari merokok rata-rata 30 batang sehari.

   a. Berapa banyak uang yang dapat disimpan selama setahun jika Pak Dadi tidak merokok?

   b. Menurut Anda, barang-barang yang dapat Pak Dadi beli dari hasil **a** adalah

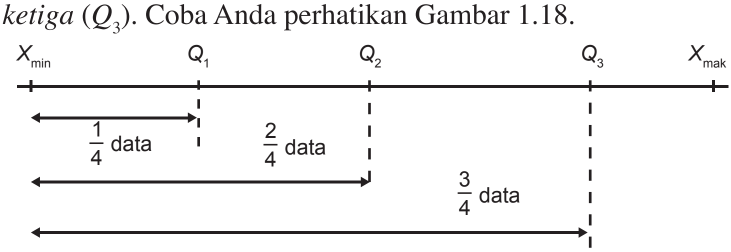
      1) kamera digital;
      2) televisi;
      3) tape;
      4) komputer.

2. Dari hasil ini, apakah kesimpulan yang dapat Anda peroleh tentang merokok?

2. Kuartil dan Desil untuk Data Tunggal

a. Kuartil untuk Data Tunggal

Misalkan, seorang dosen memberikan tes kepada 100 mahasiswa. Berdasarkan nilai tes, dia bisa saja mengelompokkan mahasiswa menjadi *dua* kelompok, yaitu $\frac{1}{2}$ bagian (50 persen) nilai besar digolongkan sebagai kelompok "baik", sedangkan $\frac{1}{2}$ bagian nilai kecil digolongkan sebagai kelompok "kurang baik". Anda telah mengetahui bahwa titik data yang membagi statistik terurut menjadi dua kelompok sama banyak adalah *median*. Dosen tersebut bisa saja membagi mahasiswa menjadi *empat* kelompok, yaitu kelompok-kelompok "sangat baik", "baik", "cukup", dan "kurang". Setiap kelompok memiliki $\frac{1}{4}$ bagian (atau 25 persen) data. Titik data yang membagi statistik terurut menjadi empat kelompok sama banyak disebut *kuartil*. Ada tiga macam kuartil, yaitu *kuartil bawah* atau *kuartil kesatu* (Q_1), *kuartil kedua atau median* (Q_2), dan *kuartil atas* atau *kuartil ketiga* (Q_3). Coba Anda perhatikan Gambar 1.18.



Gambar 1.18

Tiga macam kuartil pada statistik terurut.

Dari gambar tersebut diperoleh hal-hal berikut.

$\frac{1}{4}$ data akan berada di bawah Q_1, $\frac{2}{4}$ data akan berada di bawah Q_2, dan $\frac{3}{4}$ data akan berada di bawah Q_3.

Oleh karena Q_1, Q_2, dan Q_3 berkaitan dengan letak dalam statistik terurut, kuartil termasuk *ukuran letak data*. Ukuran letak data lainnya yang akan dibahas adalah *desil*.

Adapun langkah-langkah untuk menentukan kuartil untuk data tunggal adalah sebagai berikut.

1. Urutkan data dari datum terkecil ke datum terbesar sehingga membentuk statistik terurut.

2. Tentukan *median* atau *kuartil kedua* (Q_2) dengan membagi statistik terurut menjadi dua kelompok sama banyak.

3. Tentukan *kuartil bawah* (Q_1) dengan membagi lagi kelompok data di bawah Q_2 menjadi dua bagian sama banyak.

4. Tentukan *kuartil atas* (Q_3) dengan membagi lagi kelompok data di atas Q_2 menjadi 2 bagian sama banyak.

Untuk jelasnya, pelajarilah Contoh Soal 1.12 berikut ini.

Contoh Soal 1.12

Menentukan Kuartil dari Data Tunggal

Tentukan kuartil bawah, median, dan kuartil atas untuk setiap kasus berikut.

a. Data berat badan (dalam kg) dari 11 orang peserta KB adalah 70, 62, 46, 52, 48, 61, 53, 44, 50, 54, 57.

b. Data tinggi badan (dalam cm) dari 14 siswa Kelas XI Bahasa 1 adalah 160, 152, 147, 165, 170, 148, 155, 163, 150, 149, 161, 158, 165, 170.

Penyelesaian:

a. Anda akan menggunakan keempat langkah sebelumnya untuk menentukan Q_1, Q_2, dan Q_3.

Langkah 1. Mengurutkan data sehingga membentuk statistik terurut.

$$\underbrace{44 \quad 46 \quad 48 \quad 50 \quad 52}_{\text{5 datum di bawah } Q_2} \quad \underset{\substack{\uparrow \\ Q_2}}{53} \quad \underbrace{54 \quad 57 \quad 61 \quad 62 \quad 70}_{\text{5 datum di atas } Q_2}$$

Langkah 2. Menentukan median (Q_2) dari statistik terurut.

Banyak datum $n = 11$ (ganjil).

Jadi, $Q_2 = x_{\frac{11+1}{2}} = x_6 = 53$.

Langkah 3. Menentukan kuartil bawah Q_1.
Q_1 adalah *median* dari kelompok data di bawah Q_2, yaitu data

44 46 48 50 52

$\uparrow$ Q_1

Jadi, $Q_1 = 48$.

Langkah 4. Menentukan kuartil atas Q_3.
Q_3 adalah *median* dari kelompok data di atas Q_2, yaitu data

54 57 61 62 70

$\uparrow$ Q_3

Jadi, $Q_3 = 61$.

b. *Langkah 1.* Mengurutkan data sehingga membentuk statistik terurut.

$$\underbrace{147\ 148\ 149\ 150\ 152\ 155\ 158}_{7 \text{ datum di bawah } Q_2}\ \underset{Q_2}{\uparrow}\ \underbrace{160\ 161\ 163\ 165\ 165\ 170\ 171}_{7 \text{ datum di atas } Q_2}$$

Langkah 2 Menentukan median (Q_2) dari statistik terurut.
Banyak datum $n = 14$ (genap) sehingga

$\frac{n}{2} = 7$ dan $\frac{n}{2} + 1 = 8$

$Q_2 = \frac{1}{2}(x_2 + x_8) = \frac{1}{2}(158 + 160) = 159.$

Langkah 3. Menentukan kuartil bawah Q_1.
Q_1 adalah *median* dari kelompok data di bawah Q_2, yaitu data

147 148 149 150 152 155 158

$\uparrow$ Q_1

Jadi, $Q_1 = 150$.

Langkah 4. Menentukan kuartil atas Q_3.
Q_3 adalah *median* dari kelompok data di atas Q_2, yaitu data

160 161 163 165 165 170 170

$\uparrow$ Q_3

Jadi, $Q_3 = 165$.

b. Desil untuk Data Tunggal

Seperti telah dinyatakan sebelumnya, desil seperti halnya kuartil, menyatakan letak data dalam statistik terurut. Statistik terurut memiliki kuartil jika banyak data ≥ 4, sebab Q_1, Q_2, dan Q_3 membagi data menjadi empat kelompok sama banyak, dengan

Soal Menantang

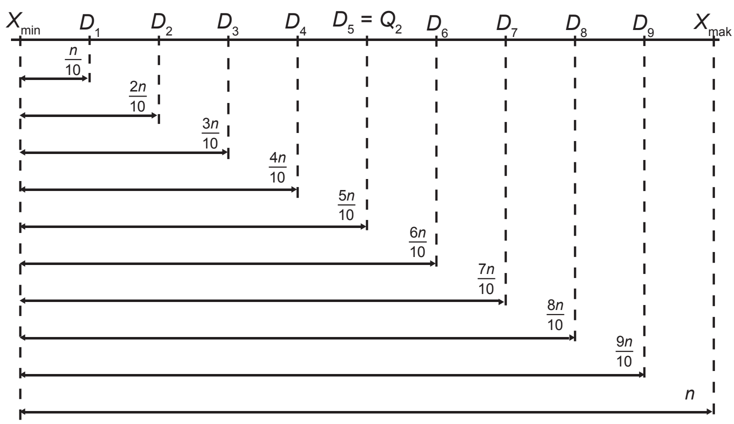
Data penjualan radio setiap bulan di suatu toko pada tahun 2002 adalah
20, 3, 9, 11, 4, 12,
1, 9, 9, 12, 8, 10
Median, kuartil bawah, dan kuartil atasnya berturut-turut adalah ....

a. $6\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, dan $9\frac{1}{2}$
b. 9, 6, $11\frac{1}{2}$
c. $6\frac{1}{2}$, 9, dan 12
d. 9, 4, dan 12
e. 9, $3\frac{1}{2}$, dan 12

Berikan alasan mengapa Anda memilih jawaban tersebut.

Soal SPMB 2003

setiap kelompok memiliki $\frac{1}{4}$ data. Jika banyak data ≥ 10 maka Anda dapat membagi data ini menjadi sepuluh kelompok sama banyak, dengan setiap kelompok $\frac{1}{10}$ data. Ukuran statistik yang membagi data menjadi sepuluh kelompok sama banyak disebut *desil* (diberi notasi D). Tentu saja ada sembilan desil, yaitu D_1, D_2, D_3, ..., D_9. Jika statistik terurut Anda lukiskan sebagai suatu garis mendatar, secara berturut-turut D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, dan D_9 ditunjukkan seperti pada Gambar 1.19.



Gambar 1.19

Desil-desil D_1, D_2, D_3, ... D_9 membagi data statistik terurut menjadi 10 kelompok sama banyak.

Pada Gambar 1.19 tampak bahwa

- desil D_1 membagi statistik terurut menjadi $\frac{n}{10}$ data di bawah D_1 dan $\frac{9n}{10}$ data di atas D_1;
- desil D_2 membagi statistik terurut menjadi $\frac{2n}{10}$ data di bawah D_2 dan $\frac{8n}{10}$ data di atas D_2;

  .

  .

  .
- desil D_5 = kuartil kedua Q_2 (median) membagi statistik terurut menjadi $\frac{5n}{10}$ data di bawah D_5 dan $\frac{5n}{10}$ data di atas D_5;

  .

  .

  .
- desil D_9 membagi statistik terurut menjadi $\frac{9n}{10}$ data di bawah D_9 dan $\frac{n}{10}$ data di atas D_9.

Dari uraian tersebut, dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

Soal Menantang

Diketahui data sebagai berikut.

11	13	11	14	17
14	13	9	16	10
15	16	11	16	14
16	18	12	16	14

a. Tentukan *mean*, modus, dan median dari data tersebut.

b. Tentukan pula semua nilai kuartil dan desilnya.

Desil ke–i untuk *data tunggal* ditentukan dengan menggunakan rumus $D_i = x_{\frac{i(n+1)}{10}}$, yaitu data ke-$\frac{i(n+1)}{10}$.
dengan n adalah banyak datum dalam statistik terurut.

Jika $\frac{i(n+1)}{10}$ *tidak bulat*, desil ditentukan dengan menggunakan *interpolasi linear*. Untuk jelasnya, pelajarilah Contoh 1.13 berikut ini.

Contoh Soal 1.13

Menentukan Desil dari Data Tunggal

Berikut ini adalah skor tes Matematika yang diikuti oleh 17 siswa.
34, 44, 53, 19, 50, 41, 56, 38
51, 39, 27, 56, 24, 41, 45, 44, 38
Tentukan desil ke-1, ke-2, ke-5, dan ke-8.

Penyelesaian:

Langkah 1. Ubah data ke statistik terurut.
19, 24, 27, 34, 38, 38, 39, 41, 41, 44, 44, 45, 50, 51, 53, 56, 56

Langkah 2. Tentukan desil dengan rumus $D_i = x_{\frac{i(n+1)}{10}}$

Banyak datum $n = 17$ sehingga $D_i = x_{\frac{i(17+1)}{10}} = x_{i \times \frac{18}{10}}$

Langkah 3. Menghitung desil yang ditanyakan.
$i = 1$ sehingga $D_1 = x_{i \times \frac{18}{10}} = x_{1,8}$

Oleh karena 1,8 tidak bulat, harus diinterpolasi, seperti berikut.

$D_1 = x_1 + 0{,}8\,(x_2 - x_1) = 19 + 0{,}8\,(24 - 19) = 23$

$i = 2 \rightarrow D_2 = x_{2 \times \frac{18}{10}} = x_{3,6} \leftarrow$ interpolasi

$= x_3 + 0{,}6\,(x_4 - x_3)$

$= 27 + 0{,}6\,(34 - 27) = 31{,}2$

$i = 5 \rightarrow D_5 = x_{5 \times \frac{18}{10}} = x_9 = 41$

$i = 8 \rightarrow D_8 = x_{8 \times \frac{18}{10}} = x_{14,4} \leftarrow$ interpolasi

$= x_{14} + 0{,}4\,(x_{15} - x_{14})$

$= 51 + 0{,}4\,(53 - 51) = 51{,}8$

3. Mean, Modus, dan Median untuk Data Berkelompok

Di bagian sebelumnya, Anda telah mempelajari cara menentukan *mean* dan modus untuk data tunggal. Sekarang, Anda akan mempelajari cara menentukan *mean*, *modus*, dan *median* untuk data berkelompok.

a. Mean untuk Data Berkelompok

Ada tiga cara menentukan *mean* untuk data berkelompok, yaitu menggunakan rumus *mean*, seperti untuk data tunggal, menggunakan rataan sementara, dan menggunakan metode pengkodean. Pada bagian ini, Anda cukup mempelajari penggunaan rumus *mean* untuk data berkelompok.

Seperti telah Anda ketahui, *mean* didefinisikan sebagai jumlah seluruh data dibagi dengan banyak data, yang secara umum dirumuskan sebagai berikut.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_k}$$

dengan $\sum_{i=1}^{k} f_i = f_1 + f_2 + \ldots + f_k = n$

Rumus *mean* tersebut juga berlaku untuk menghitung mean dari *data berkelompok*. Hanya, data dalam rentang tertentu di setiap kelas, diwakili oleh nilai tengah data kelas tersebut.

x_i = nilai tengah kelas ke-i
f_i = frekuensi kelas ke-i

Langkah-langkah menghitung *mean* data berkelompok dengan menggunakan rumus *mean* adalah sebagai berikut.

Langkah 1. Tentukan nilai tengah setiap kelas.
Langkah 2. Hitung hasil kali frekuensi dengan nilai tengah ($f_i x_i$) untuk setiap kelas.
Langkah 3. Hitung *mean* dengan menggunakan rumus

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

Contoh Soal 1.14

Menentukan Mean dari Data Berkelompok

Sejumlah siswa mengikuti suatu tes Bahasa Indonesia. Distribusi nilai tes yang diperoleh siswa ditunjukkan pada tabel berikut.

Nilai	0–9	10–19	20–29	30–39	40–49	50–59	60–69	70–79	80–89	90–99
Frekuensi	0	2	2	5	8	14	9	6	3	1

Tentukan *mean* dari data tersebut.

Penyelesaian:

Dari tabel data, Anda hitung nilai tengah (x_i) setiap kelas.

Kelas ke-1, $x_1 = \dfrac{0+9}{2} = 4{,}5$

Kelas ke-2, $x_2 = \dfrac{10+19}{2} = 14{,}5$

Kelas ke-3, $x_3 = \dfrac{20+29}{2} = 24{,}5$, dan seterusnya sampai x_{10}.

Kemudian, untuk tiap kelas Anda hitung nilai $f_i x_i$. Hasil selengkapnya dapat Anda lihat pada Tabel 1.12 berikut.

Tabel 1.12

Nilai	Frekuensi (f_i)	Nilai Tengah (x_i)	$f_i x_i$
0–9	0	4,5	0 × 4,5 = 0
10–19	2	14,5	2 × 14,5 = 29
20–29	2	24,5	2 × 24,5 = 49
30–39	5	34,5	5 × 34,5 = 172,5
40–49	8	44,5	8 × 44,5 = 356
50–59	14	54,5	14 × 54,5 = 763
60–69	9	64,5	9 × 64,5 = 580,5
70–79	6	74,5	6 × 74,5 = 447
80–89	3	84,5	3 × 84,5 = 253,5
90–99	1	94,5	1 × 94,5 = 94,5
Total	$\Sigma f_i = 50$		$\Sigma f_i x_i = 2.745$

Kemudian, dengan menggunakan rumus *mean*, Anda dapat menghitung *mean* sebagai berikut.

$$Mean = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{2.745}{50} = 54{,}9$$

b. Modus untuk Data Berkelompok

Untuk statistik data tunggal, modus adalah datum yang paling sering terjadi atau datum dengan frekuensi terbesar. Untuk statistik data berkelompok, Anda dapat menaksir modus dari tabel distribusi frekuensi data berkelompok.

Modus dari data berkelompok dapat ditaksir dengan menggunakan rumus berikut.

$$\boxed{\text{Modus} = t_b + \left(\frac{\Delta f_1}{\Delta f_1 + \Delta f_2}\right)p}$$

dengan

t_b = tepi bawah kelas modus (kelas interval dengan frekuensi terbesar),

Δf_1 = selisih antara frekuensi kelas modus dan frekuensi tepat satu kelas *sebelum* kelas modus,

Soal Menantang

Hasil psikotes dari 50 calon pegawai suatu perusahaan ditunjukkan pada tabel berikut.

Nilai	Frekuensi
0 – 19	3
20 – 39	7
40 – 59	9
60 – 79	20
80 – 99	11

Tentukan *mean*, modus, dan median dari data tersebut.

Δf_2 = selisih antara frekuensi kelas modus dan frekuensi tepat satu kelas *sesudah* kelas modus, dan

p = panjang kelas interval pada kelas modus.

Contoh Soal 1.15

Menentukan Modus dari Data Berkelompok

Tentukan modus dari tabel distribusi frekuensi data berkelompok pada Tabel 1.13.

Tabel 1.13

Tinggi (cm)	(f_i)
141–145	4
146–150	7
151–155	12
156–160	13
161–165	10
166–170	6
171–175	3

Penyelesaian:

Langkah 1. Untuk menghitung modus dari data berkelompok tersebut, Anda harus menentukan tepi kelas interval dari kelas modus (jika data ini belum diberikan dalam soal). Pada tabel distribusi frekuensi yang diberikan (Tabel 1.13), kelas modus terletak dalam *batas* kelas interval 156–160. Dengan demikian, tepi kelas interval dari kelas modus adalah
(156 – 0,5) sampai (160 + 0,5) = 155,5 sampai 160,5.

Langkah 2. Dari interval tepi kelas modus ini diperoleh
Tepi bawah kelas modus t_b =155,5
Panjang kelas modus p = 160,5 –155,5 = 5

Langkah 3. Selanjutnya, Anda tinggal melihat frekuensi-frekuensi kelas modus, tepat satu kelas sebelum kelas modus, dan tepat satu kelas sesudah kelas modus pada tabel distribusi frekuensi yang diberikan (Tabel 1.13). Pada tabel tersebut, tampak bahwa
frekuensi kelas modus f = 13;
frekuensi tepat satu kelas sebelum kelas modus f_1 = 12;
frekuensi tepat satu kelas sesudah kelas modus f_2 = 10.
Dengan demikian,
$\Delta f_1 = f - f_1 = 13 - 12 = 1.$
$\Delta f_2 = f - f_2 = 13 - 10 = 3.$

Langkah 4. Taksiran modus pasti berada dalam interval tepi kelas modus. Dengan menggunakan rumus modus untuk data berkelompok, diperoleh

$$\text{Modus} = t_b + \left(\frac{\Delta f_1}{\Delta f_1 + \Delta f_2}\right)p = 155,5 + \left(\frac{1}{1+3}\right) \times 5$$

$$= 156,75 \text{ cm.}$$

c. Median untuk Data Berkelompok

Sebagaimana modus dari data berkelompok, nilai pasti dari median untuk data berkelompok tidak dapat diperoleh. Hal ini karena nilai pasti dari data yang dikelompokkan memang tidak diketahui. Dengan demikian, Anda hanya dapat *menaksir* median untuk data berkelompok.

Median dari data berkelompok dapat ditaksir dengan menggunakan rumus berikut.

$$\text{Median} = t_b + \left[\frac{\frac{n}{2} - F}{f_m} \right] p$$

dengan

n = banyak datum dari statistik terurut = $\sum_{i=1}^{k} f_i$,

t_b = tepi bawah kelas median (kelas tempat datum ke-$\frac{n}{2}$),

p = panjang interval kelas median,

f_m = frekuensi kelas median, dan

F = frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas median.

Coba Anda gunakan rumus ini untuk menaksir median pada Contoh Soal 1.16 berikut ini.

Contoh Soal 1.16

Menaksir Median dari Data Berkelompok

Tentukan median dari tabel distribusi frekuensi data berkelompok pada Tabel 1.13.

Penyelesaian:

Langkah 1. Tentukan interval kelas median. Kemudian, tentukan tepi bawah kelas median.

$$\frac{n}{2} = \frac{55}{2} = 27,5$$

Data ke-27,5 ada di interval kelas 156–160. Jadi, tepi bawah kelas median adalah 156 – 0,5 = 155,5.

Langkah 2. Tentukan panjang interval kelas median.

p = 160,5 – 155,5 = 5

Langkah 3. Tentukan frekuensi kelas median. Dari tabel diketahui:

f_m = 13

Langkah 4. Tentukan frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas median.

F = 4 + 7 + 12 = 23

Langkah 5. Gunakan rumus median.

$$\text{Median} = t_b + \left[\frac{\frac{n}{2} - F}{f_m} \right] p = 155,5 + \left[\frac{\frac{55}{2} - 23}{13} \right] \times 5$$

$$= 155,5 + 1,7 = 157,2$$

Berdasarkan uraian-uraian sebelumnya, secara ringkas *mean*, modus, dan median untuk data berkelompok dapat ditentukan dengan menggunakan rumus-rumus berikut.

Solusi

Perhatikan tabel berikut.

Titik tengah	32	37	42	47	52
Frekuensi	2	4	10	16	8

Median dari distribusi frekuensi adalah ....

a. 45 d. 49,0

b. 45,5 e. 49,5

c. 45,75

Penyelesaian:

Panjang kelas p = 37 – 32 = 5

$n = \sum_{i=1}^{k} f_i = 40$

$\frac{1}{2} n = \frac{1}{2}(40) = 20$

Datum ke-20 terletak dalam kelas dengan titik tengah = 47 (lihat tabel soal), dengan

f_m = 16

F = 2 + 4 + 10 = 16

$t_b = 47 - \frac{5}{2} = 44,5$

Jadi, mediannya adalah

$$M_e = t_b + \frac{\left[\frac{n}{2} - F\right]}{f_m} p$$

$$M_e = 44,5 + \frac{(20 - 16)}{16} \times 5$$

$$= 45,75$$

Jawaban: c

SPMB 2003

1. Mean

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

2. Modus

$$M_o = t_b + \left(\frac{\Delta f_1}{\Delta f_1 + \Delta f_2} \right) p$$

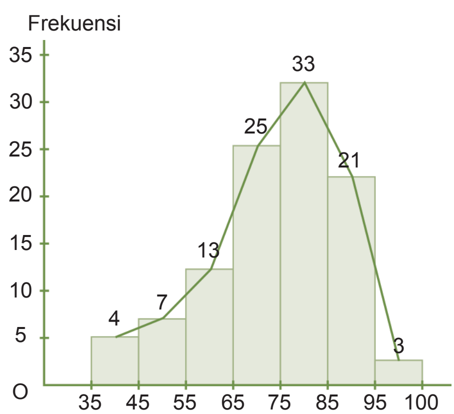
3. Median

$$M_e = t_b + \left[\frac{\frac{n}{2} - F}{f_m} \right] p$$

Keterangan:
Perhatikan kembali makna dari simbol-simbol dalam rumus tersebut, seperti yang telah dibahas sebelumnya.

d. Hubungan Antara Mean, Modus, dan Median

Gambar 1.20 berikut menunjukkan histogram dari sebuah distribusi data berkelompok.

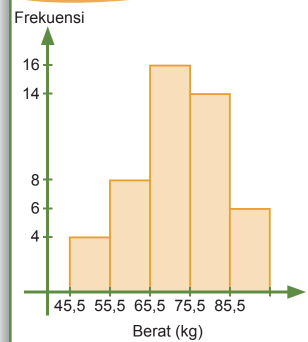


Gambar 1.20

Histogram sebuah distribusi frekuensi

Anda telah mengetahui bahwa jika titik-titik tiap puncak batang dihubungkan dengan garis lurus, akan diperoleh poligon frekuensi. Akan tetapi, jika setiap titik tengah puncak batang Anda hubungkan dengan *kurva mulus* (bukan garis lurus), secara pendekatan akan diperoleh tiga macam kurva distribusi data, seperti ditunjukkan pada Gambar 1.21.

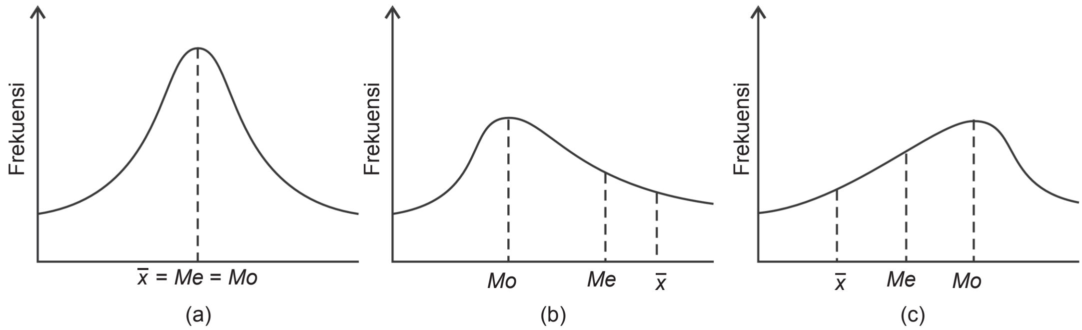
Soal Menantang



Modus pada data histogram adalah ....

a. 70,5
b. 71,5
c. 72,5
d. 73,5
e. 74, 5

UAN 2006



Gambar 1.21

Tiga macam bentuk kurva distribusi data (atau kurva frekuensi)
(a) kurva simetris (kurva normal),
(b) kurva menceng ke kanan, dan
c. kurva menceng ke kiri.

Hubungan antara *mean*, median, dan modus ditentukan oleh *kesimetrian* kurva distribusi data. Jika nilai *mean* ($\overline{x}$), median (*Me*), dan modus (*Mo*) hampir sama atau berdekatan satu sama lain, kurva distribusi data berbentuk *hampir simetris*, disebut *kurva normal* (Gambar 1.21a). Jika nilai modus lebih kecil daripada median, dan nilai median lebih kecil daripada *mean* (ditulis $Mo<Me<\overline{x}$), kurva distribusi data miring atau menceng *ke kanan* (Gambar 1.21b). Jika terjadi kebalikannya, yaitu nilai *mean* lebih kecil daripada median dan median lebih kecil daripada modus (ditulis $\overline{x}<Me<Mo$), kurva distribusi data miring atau menceng *ke kiri* (Gambar 1.21c).

Meskipun *mean*, median, dan modus merupakan ukuran pemusatan data, tetapi masing-masing ukuran ini memiliki kelebihan dan kekurangannya, seperti didaftar dalam Tabel 1.14 berikut ini.

Tabel 1.14
Kelebihan dan Kekurangan *Mean*, Median, dan Modus

Ukuran Pemusatan	Kelebihan	Kekurangan
Mean	1. Mempertimbangkan semua nilai. 2. Dapat menggambarkan *mean* populasi. 3. Variasinya paling stabil. 4. Cocok untuk data homogen.	1. Peka atau mudah terpengaruh oleh nilai ekstrim. 2. Kurang baik untuk data heterogen.
Median	1. Tidak peka atau tidak terpengaruh oleh nilai ekstrim. 2. Cocok untuk data heterogen.	1. Tidak mempertimbangkan semua nilai. 2. Kurang dapat menggambarkan *mean* populasi.
Modus	1. Tidak peka atau tidak terpengaruh oleh nilai ekstrim. 2. Cocok untuk data homogen maupun heterogen.	1. Kurang menggambarkan *mean* populasi. 2. Modus bisa lebih dari satu.

4. Kuartil dan Desil untuk Data Berkelompok

Kita telah membahas cara menentukan kuartil dan desil untuk data tunggal. Sekarang, kita akan membahas cara menentukan kuartil dan desil untuk data berkelompok.

a. Kuartil untuk Data Berkelompok

Anda telah mengetahui bahwa kuartil (diberi notasi Q_1, Q_2, dan Q_3) membagi data menjadi empat kelompok sama banyak. *Kuartil bawah* (pertama), Q_1, adalah suatu nilai (datum) dengan seperempat data $\left(\frac{1}{4}n\right)$ akan ada di bawahnya. *Kuartil tengah* (kedua atau *median*), Q_2, adalah suatu nilai dengan dua per empat data $\left(\frac{2}{4}n\right)$ akan ada di bawahnya. *Kuartil atas* (ketiga), Q_3, adalah suatu nilai dengan tiga per empat data $\left(\frac{3}{4}n\right)$ akan ada di bawahnya.

Bagaimanakah menghitung kuartil-kuartil untuk data berkelompok? Kuartil Q_1, Q_2, dan Q_3 membagi data statistik terurut menjadi 4 kelompok data sama banyak. Oleh karena itu, kuartil dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\boxed{Q_k = \text{datum ke-}\left(\frac{kn}{4}\right), \text{ dengan } k = 1, 2, 3}$$

Nilai $k = 1$ untuk Q_1, $k = 2$ untuk Q_2, dan $k = 3$ untuk Q_3.

Dengan menganggap data terdistribusi merata dalam seluruh kelas, rumus menaksir kuartil untuk data berkelompok adalah sebagai berikut.

$$\boxed{Q_k = t_b + \left(\frac{\frac{k}{4}n - F}{f_{Q_k}}\right)p, \text{ dengan } k = 1, 2, 3}$$

dengan

n = banyak datum dari statistik terurut = $\sum_{i=1}^{k} f_i$,
t_b = tepi bawah kelas tempat Q_k berada,
p = panjang kelas tempat Q_k berada,
f_{Qk} = frekuensi kelas tempat Q_k berada, dan
F = frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas Q_k berada.

Contoh Soal 1.17

Menaksir Kuartil dengan Rumus

Tabel 1.15 berikut ini menunjukkan distribusi berat badan (dalam kg) dari 100 siswa. Tentukan kuartil bawah dan kuartil atasnya.

Tabel 1.15

Berat Badan	40–44	45–50	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
Jumlah Siswa	6	12	22	30	15	10	5

Penyelesaian:

Supaya pembahasan lebih jelas dan efisien, kolom tepi kelas dan kolom frekuensi kumulatif akan ditambahkan pada tabel sehingga menjadi seperti Tabel 1.16. Cara menentukan tepi kelas dan frekuensi kumulatif harap Anda pelajari sendiri.

Tabel 1.16

Berat Badan (kg)	Tepi Kelas (kg)	Frekuensi (f_i)	Frekuensi Kumulatif (F)
40–44	39,5–44,5	6	6
45–49	44,5–49,5	12	6 + 12 = 18
50–54	49,5–54,5	22	18 + 22 = 40 ← $x_{25} = Q_1$
55–59	54,5–59,5	30	40 + 30 = 70
60–64	59,5–64,5	15	70 + 15 = 85 ← $x_{75} = Q_3$
65–69	64,5–69,5	10	85 + 10 = 95
70–74	69,5–74,5	5	95 + 5 = 100
		$\Sigma f_i = 100$	

Menghitung kuartil bawah, Q_1:

Diketahui: $n = \sum_{i=1}^{k} f_i = 100$

$$Q_1 = \text{datum ke-}\left(\frac{n}{4}\right) = \frac{100}{4} = 25$$

Pada Tabel 1.16, tampak bahwa x_{25} berada dalam kelas ke-3. Dengan demikian,

- interval: 49,5–54,5
- tepi bawah kelas Q_1, $t_b = 49{,}5$
- frekuensi kelas Q_1, $f_{Q_1} = 22$
- frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas Q_1, $F = 18$
- panjang kelas Q_1 adalah $p = 54{,}5 - 49{,}5 = 5$

Jadi, $Q_1 = t_b + \left(\dfrac{\frac{1}{4}n - F}{f_{Q_1}}\right)p = 49{,}5 + \left(\dfrac{25-18}{22}\right) \times 5 = 51{,}09$ kg

Menghitung kuartil atas Q_3:

Diketahui: $n = \Sigma f = 100$

$$Q_3 = \text{datum ke-}\left(\frac{3n}{4}\right) = \frac{3 \times 100}{4} = 75$$

Pada Tabel 1.16, tampak bahwa x_{75} berada dalam kelas ke-5. Dengan demikian,

- interval: 59,5–64,5
- tepi bawah kelas Q_3, $t_b = 59{,}5$
- frekuensi kelas Q_3, $f_{Q_3} = 15$
- frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas Q_3, $F = 70$
- panjang kelas Q_3, $p = 5$.

Jadi, $Q_3 = t_b + \left(\dfrac{\frac{3}{4}n - F}{f_{Q_3}} \right) p = 59{,}5 + \left(\dfrac{75 - 70}{15} \right) \times 5 = 61{,}17$ kg

b. Desil untuk Data Berkelompok

Anda telah mengetahui bahwa desil membagi statistik terurut menjadi *sepuluh* kelompok data yang sama banyaknya. Oleh karena itu, Anda dapat menuliskan desil-desil sebagai berikut.

$$D_k = \text{datum ke-}\left(\frac{kn}{10}\right), \text{ dengan } k = 1, 2, 3, ..., 9$$

Nilai $k = 1$ untuk D_1, $k = 2$ untuk D_2, ..., $k = 9$ untuk D_9.

Dengan menganggap data terdistribusi merata dalam seluruh kelas, rumus menaksir desil untuk data berkelompok adalah sebagai berikut.

$$D_k = t_b + \left(\frac{\frac{k}{10}n - F}{f_{D_k}} \right) p, \text{ untuk } k = 1, 2, 3, ..., 9$$

dengan

n = banyak datum dari statistik terurut = $\sum_{i=1}^{k} f_i$,
t_b = tepi bawah kelas tempat D_k berada,
p = panjang kelas tempat D_k berada,
f_{D_k} = frekuensi kelas tempat D_k berada, dan
F = frekuensi kumulatif tepat sebelum kelas D_k.

Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 1.18 berikut.

Contoh Soal 1.18

Menaksir Desil dengan Rumus

Dengan data pada Tabel 1.16 (Contoh Soal 1.17), tentukan desil ke-1 dan desil ke-3.

Penyelesaian:

Seperti pada Contoh Soal 1.17, Anda tambahkan kolom tepi kelas dan kolom frekuensi kumulatif pada Tabel 1.16 sehingga menjadi seperti Tabel 1.17, yang ditulis ulang berikut ini.

Tabel 1.17

Berat Badan (kg)	Tepi Kelas (kg)	Frekuensi (f_i)	Frekuensi Kumulatif (F)
40–44	39,5–44,5	6	6
45–49	44,5–49,5	12	6 + 12 = 18 ← $x_{10} = D_1$
50–54	49,5–54,5	22	18 + 22 = 40 ← $x_{30} = D_3$
55–59	54,5–59,5	30	40 + 30 = 70
60–64	59,5–64,5	15	70 + 15 = 85
65–69	64,5–69,5	10	85 + 10 = 95
70–74	69,5–74,5	5	95 + 5 = 100

- *Menghitung Desil ke*-1, D_1:

  $n = 100$, $k = 1$

  $$D_1 = \text{datum ke-}\left(\frac{kn}{10}\right) = \frac{1 \times 100}{10} = 10.$$

  Pada Tabel 1.17, tampak bahwa x_{10} terletak dalam kelas kedua dengan interval 44,5–49,5.

  Selanjutnya, $t_b = 44{,}5$; $f_{D_1} = 12$; $F = 6$; $p = 5$.

  $$\text{Jadi, } D_1 = t_b + \left(\frac{\frac{1}{10}n - F}{f_{D_1}}\right)p = 44{,}5 + \left(\frac{\frac{100}{10} - 6}{12}\right) \times 5 = 46{,}17 \text{ kg}$$

- *Menghitung Desil ke*-3, D_3:

  $n = 100$, $k = 3$

  $$D_3 = \text{datum ke-}\left(\frac{kn}{10}\right)$$

  $$= \frac{3 \times 100}{10} = 30.$$

  Pada Tabel 1.17, tampak bahwa x_{30} terletak dalam kelas ketiga dengan interval 49,5–54,5.

  Selanjutnya, $t_b = 49{,}5$; $f_{D_3} = 22$; $F = 18$; $p = 5$.

  $$\text{Jadi, } D_3 = t_b + \left(\frac{\frac{3}{10}n - F}{f_{D_3}}\right)p = 49{,}5 + \left(\frac{30 - 18}{22}\right) \times 5 = 52{,}23 \text{ kg}$$

Uji Kemampuan 1.2

Kerjakan soal-soal berikut di buku latihan Anda.

1. Hitunglah *mean*, modus, dan median dari data-data berikut. Gunakan kalkulator untuk mengecek hasilnya.

a. 4, 6, 7, 4, 3, 6, 5, 5, 5, 8

b. 12, 15, 16, 11, 17, 15, 10

c. 46, 70, 52, 62, 65, 50,78, 55

d. 2,7; 4,8; 3,7; 5,2; 2,7; 5,0; 2,9; 4,8; 3,5

2. Empat kelompok siswa masing-masing terdiri atas 45, 37, 35, dan 40 orang dengan tinggi rata-rata masing-masing 1,62; 1,48; 1,53; dan 1,40 meter. Tentukan rataan dari seluruh siswa.

3. Perhatikan tabel berikut.

Nilai Ujian	3	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	3	5	12	17	14	6	3

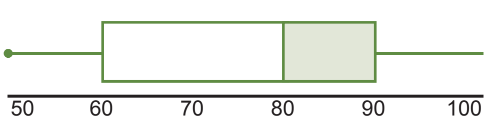
Seorang siswa dinyatakan lulus jika nilai ujiannya lebih tinggi dari nilai rata-rata ditambah 1. Tentukan banyak siswa yang lulus.

4. Tes Bahasa Inggris diberikan kepada tiga kelas siswa berjumlah 100 orang. Nilai rata-rata kelas pertama, kedua, dan ketiga adalah 8, $7\frac{1}{2}$, dan 7. Jika banyak siswa kelas pertama 30 orang dan kelas ketiga 4 orang lebih banyak dari kelas kedua, tentukan nilai rata-rata seluruh siswa tersebut.

5. Perbandingan jumlah buruh tetap dan buruh tak tetap di suatu pabrik adalah 3 : 7. Jika penghasilan rata-rata (per tahun) buruh tak tetap Rp2,5 juta dan buruh tetap Rp4,0 juta, tentukan rata-rata penghasilan tahunan dari kedua kelompok buruh tersebut.

6. Tentukan desil ke-2, ke-3, dan ke-7 dari data upah bulanan 13 karyawan berikut (dalam puluh ribuan rupiah).
40, 30, 50, 65, 55, 70, 45, 60, 85, 35, 90, 90,100

Diagram kotak-garis berikut ini dari diperoleh dari 40 skor tes. Gunakan diagram ini untuk menjawab pertanyaan dalam nomor 7 dan 8.



7. a. Berapa kuartil bawahnya?
   b. Secara pendekatan, berapa banyak skor di antara 65 dan 76?
   c. Secara pendekatan, berapa banyak skor di atas 65?
   d. Berapa rentang interkuartilnya?

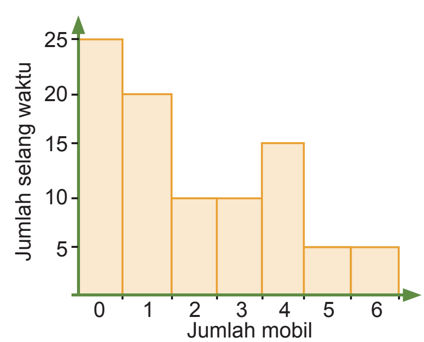
8. a. Berapa skor terendah dan tertingginya?
   b. Berapa mediannya?
   c. Berapa kuartil atasnya?
   d. Secara pendekatan, berapa banyak skor di bawah 65?

Lukislah diagram kotak-garis untuk data-data dalam soal nomor 9 dan 10.

9. 52, 61, 67, 75, 79, 81, 82, 84, 90, 95, 96
   a. Berapa rentang data ini?
   b. Pengamatan apakah yang Anda dapat dari diagram ini?

10. 30, 162, 200, 148, 157, 214, 228, 154, 153, 178, 147, 225, 188, 230, 172, 223
   a. Berapa rentang data ini?
   b. Pengamatan apakah yang Anda dapat dari diagram ini?

11. Diagram berikut ini menggambarkan sebuah survey yang berkaitan untuk menentukan jumlah mobil yang melalui suatu persimpangan jalan selama 90 selang waktu yang sama,setiap selang waktu adalah setengah menit. Misalnya, satu mobil melalui persimpangan selama satu dari 20 selang waktu.
   a. Tentukan modusnya.
   b. Tentukan jumlah median dari mobil.
   c. Tentukan mean dari jumlah mobil per selang waktu.



12. Jelaskan secukupnya cara menentukan
   a. modus dengan menggunakan histogram;
   b. median dengan menggunakan histogram;
   c. kuartil-kuartil dengan menggunakan kurva frekuensi kumulatif.

13. Tentukan *mean*, median, dan modus dari data berkelompok berikut.

Nilai	f_i
30–39	4
40–49	6
50–59	8
60–69	12
70–79	9
80–89	7
90–100	4

14. Berdasarkan tabel di samping, hitunglah kuartil bawah, tengah, dan atasnya. Hitung juga desil ke-3 dan ke-7.

Nilai	f_i
30–39	1
40–49	3
50–59	11
60–69	21
70–79	43
80–89	32
90–100	9

15. Data upah mingguan (dalam ribuan rupiah) dari 70 karyawan suatu perusahaan disajikan pada tabel berikut.

Upah	250	260	275	280	295	310	345
Frekuensi	9	10	15	14	10	8	4

a. Tentukan *mean*, median, dan modus data tersebut.

b. Bagaimanakah bentuk distribusi frekuensi data upah tersebut: simetris, miring ke kiri atau miring ke kanan? Berikan alasan dari jawaban Anda.

Soal Terbuka

1. Coba Anda sebutkan definisi *mean*, median, dan modus menggunakan kalimat Anda sendiri.
2. Susunlah data mengenai nilai ulangan Matematika di kelas Anda. Kemudian, tentukan
   a. *mean*, median, dan modus;
   b. kuartil dan desil.
3. Menurut pendapat Anda, apa manfaatnya mempelajari kuartil dan desil?

C. Ukuran Penyebaran Data

Dalam bahasan sebelumnya, Anda telah mengetahui bahwa suatu kumpulan data dapat diwakili hanya oleh sebuah nilai yang disebut sebagai rataan (*average*). Tentu saja yang dimaksud dengan rataan ini adalah salah satu dari ukuran pemusatan data *mean*, median, atau modus. Akan tetapi, ukuran pemusatan data saja tidak memberikan gambaran lengkap dari distribusi data.

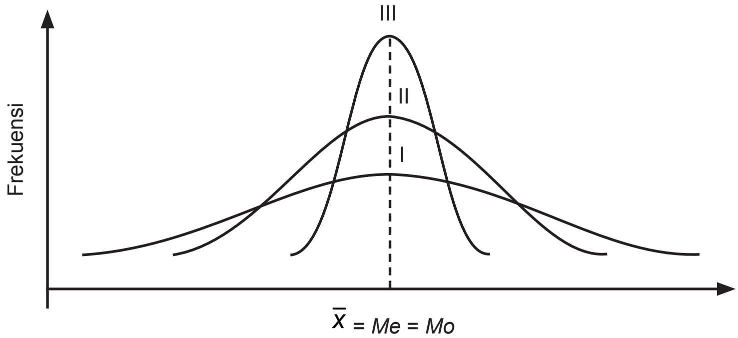
Coba, Anda perhatikan dua kumpulan skor yang diperoleh oleh dua kelompok siswa yang diberi nama *A* dan *B*, dalam suatu ujian.

Kelompok *A*: 45, 48, 49, 51, 53, 54.

Kelompok *B*: 15, 39, 50, 50, 62, 84.

Nilai *mean* dari kedua kelompok adalah sama, yaitu 50. Akan tetapi, ini tidaklah cukup untuk meggambarkan distribusi skor tersebut. Skor-skor kelompok *A* bervariasi dari 45 sampai dengan 54, yaitu cukup dekat dengan *mean*. Sementara, skor-skor kelompok *B* bervariasi dari 15 sampai dengan 84. Tampak bahwa skor kelompok *B* lebih tersebar daripada skor kelompok *A*, walaupun keduanya memiliki *mean* yang sama.

Contoh lainnya, coba Anda amati tiga distribusi data yang ditampilkan dalam bentuk kurva distribusi frekuensi seperti pada Gambar 1.22.



Gambar 1.22

Tiga kurva frekuensi dengan *mean*, median, dan modus sama, tetapi penyebaran data ketiganya sangat berbeda; kurva I lebih tersebar daripada kurva II dan kurva II lebih tersebar daripada kurva III.

Walaupun ketiga distribusi data pada Gambar 1.22 memberi *mean*, *median*, dan *modus* yang sama, jelas bahwa *penyebaran data* ketiganya sangat berbeda. Distribusi data pada kurva frekuensi I lebih tersebar dibandingkan dengan distribusi data pada kurva frekuensi II, dan distribusi data pada kurva frekuensi II lebih tersebar dibandingkan dengan distribusi data pada kurva frekuensi III. Jelas bahwa ada perbedaan variasi dalam nilai-nilai data pada ketiga kumpulan data. Keragaman atau variasi setiap kumpulan data dapat diukur dengan menggunakan suatu nilai numerik yang disebut sebagai *ukuran penyebaran data* atau ukuran keragaman data.

Ada enam ukuran penyebaran data yang akan dibahas, yaitu sebagai berikut.

1. Rentang (*range* atau jangkauan).
2. Rentang interkuartil.
3. Simpangan kuartil.
4. Simpangan rata-rata.
5. Ragam (variansi).
6. Simpangan baku.

1. Rentang, Rentang Interkuartil, dan Simpangan Kuartil

a. Rentang

Rentang (*range* atau *jangkauan*) yang diberi notasi *j*, sesungguhnya telah Anda pelajari ketika membahas langkah-langkah untuk mengubah data mentah menjadi tabel distribusi frekuensi kelompok (lihat kembali Subbab A). *Rentang* data didefinisikan sebagai selisih antara datum terbesar dan datum terkecil data.

$$\boxed{j = x_{\text{mak}} - x_{\text{min}}}$$

Perhatikan kembali kumpulan skor dari kelompok siswa *A* dan *B* sebelumnya.

Kelompok *A*: 45, 48, 49, 51, 53, 54.

Kelompok *B*: 15, 39, 50, 50, 62, 84.

Mean dari kedua kelompok siswa *A* dan *B* adalah sama, yaitu 50. Mari kita hitung rentangnya.

$j_A = x_{\text{mak}} - x_{\text{min}} = 54 - 45 = 9$

$j_B = x_{\text{mak}} - x_{\text{min}} = 84 - 15 = 69$

Rentang skor kelompok *B* jauh lebih besar daripada rentang skor kelompok *A*. Hal ini menunjukkan bahwa skor kelompok *B lebih tersebar* atau *lebih bervariasi* daripada skor kelompok *A*.

Berdasarkan rentang ini, Anda juga dapat mengatakan bahwa *semakin kecil* rentang dari suatu distribusi data, semakin cenderung kita menganggap bahwa *mean* dapat mewakili data yang bersangkutan secara representatif. Sebaliknya, *semakin besar* rentang dari suatu distribusi data, semakin cenderung kita mengatakan bahwa *mean* yang kita peroleh *tidak dapat* digunakan untuk mewakili data yang bersangkutan. Jadi, untuk dua kelompok siswa tersebut, kita cenderung mengatakan bahwa *mean A* dapat mewakili data skor kelompok *A*, tetapi *mean B* tidak dapat mewakili data skor kelompok *B*.

Untuk data berkelompok yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi, rentang didefinisikan sebagai berikut.

Rentang j = tepi atas kelas tertinggi – tepi bawah kelas terendah

Coba Anda pelajari Contoh Soal 1.19 berikut ini.

Contoh Soal 1.19

Rentang Data Berkelompok

Tentukan rentang untuk frekuensi distribusi dalam tabel berikut.

Kelas Interval	3–7	8–12	13–17	18–22	23–27	28–32
Frekuensi	3	14	12	18	7	6

Penyelesaian:

Tepi bawah kelas pertama (terendah) = 3 – 0,5 = 2,5

Tepi atas kelas ke-6 (tertinggi) = 32 + 0,5 = 32,5

Jadi, rentang j = 32,5 –2,5 = 30.

b. Rentang Interkuartil dan Simpangan Interkuartil

Dalam Subbab B, Anda telah mempelajari cara menentukan atau menaksir kuartil-kuartil Q_1, Q_2, dan Q_3 baik untuk data tunggal maupun data berkelompok. Anda telah mengetahui bahwa kuartil-kuartil membagi statistik terurut menjadi 4 kelompok data yang sama banyaknya. *Rentang interkuartil* (*Interquartil Range*), diberi notasi *IQR*, adalah selisih antara kuartil atas Q_3 dan kuartil bawah Q_1.

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

Grafik distribusi frekuensi suatu kumpulan data pada Gambar 1.23 dengan jelas menunjukkan beda antara rentang interkuartil dengan rentang. Tampak bahwa rentang interkuartil adalah ukuran penyebaran data yang lebih baik daripada rentang, karena ia mengukur rentang dari 50% data yang di tengah.

Sebagai alternatif, dapat juga digunakan *simpangan kuartil* atau rentang semi-interkuartil, yang didefinisikan sebagai *setengah* dari rentang interkuartil.

$$\text{Simpang kuartil } (SK) = \frac{1}{2} IQR = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 1.20 berikut ini.

Contoh Soal 1.20

Rentang Interkuartil dan Simpangan Kuartil

Tentukan rentang interkuartil dan simpangan kuartil untuk data berikut.
19, 12, 14, 35, 7, 15, 10, 20, 25, 17, 23

Penyelesaian:
Anda susun terlebih dahulu data dalam urutan naik.

$$\overbrace{7,\ 10,\ 12,\ 14,\ 15,}\ 17,\ \overbrace{19,\ 20,\ 23,\ 25,\ 35}$$
$$\uparrow Q_1 = 12 \qquad \uparrow Q_2 = 17 \qquad \uparrow Q_3 = 23$$

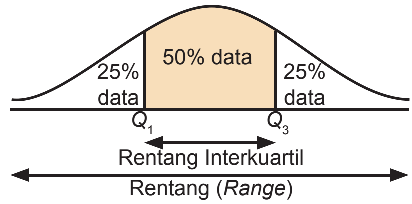
Kuartil bawah $Q_1 = 12$ dan kuartil atas $Q_3 = 23$.

- Rentang interkuartil $IQR = Q_3 - Q_1 = 23 - 12 = 11$
- Simpangan kuartil $= \frac{1}{2} IQR = \frac{11}{2}$

c. Menentukan Data Pencilan

Apa jadinya jika setitik nila diteteskan ke dalam susu sebelanga? Tentunya susu tersebut akan rusak. Demikian halnya dalam penganalisisan data. Penganalisisan data akan menghasilkan kesimpulan yang salah jika ada pencilan. Pencilan (*outlier*) adalah datum yang mempunyai karakteristik berbeda dengan datum lainnya dalam sekumpulan data sehingga keberadaannya memerlukan perhatian khusus. Dengan kata lain, pencilan merupakan datum yang tidak konsisten dalam kumpulannya.

Apa syaratnya sebuah datum (jika ada) termasuk dalam data pencilan? Jika nilai data tersebut *lebih dari* 1,5 *kali rentang interkuartil* di atas Q_3 atau di bawah Q_1, nilai ini dimasukkan sebagai *data pencilan*. Para ahli statistik mengatakan suatu datum termasuk data pencilan jika berlaku hubungan berikut.



Gambar 1.23

Kurva distribusi frekuensi suatu kumpulan data

Soal Menantang

Diberikan suatu daftar distribusi frekuensi seperti tabel berikut.

Berat Badan	f	F
26–30	5	5
31–35	7	12
36–40	17	29
41–45	9	38
46–50	2	40
	$\sum f = 40$	

Hitung dahulu kuartil bawah dan kuartil atas dari data berkelompok ini, kemudian tentukan

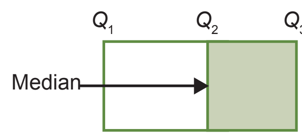
a. rentang interkuartil, dan
b. simpangan kuartil.

Syarat Datum Termasuk Data Pencilan

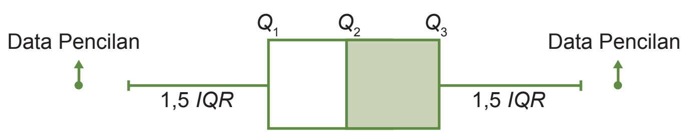
Nilai datum < Q_1 – 1,5 *IQR* atau nilai datum > Q_3 + 1,5 *IQR*.

Bagaimana caranya menampilkan data pencilan? John Tukey memperkenalkan cara menyajikan rentang interkuartil *IQR* berikut data pencilan (jika ada) dengan menggunakan diagram kotak-garis (telah dibahas sebagai perkenalan pada Subbab A). Mula-mula, Anda gambar sebuah kotak persegi panjang dengan kedua tepi kotak menyatakan kuartil Q_1 dan Q_3. Di dalam kotak tersebut kita tarik garis median Q_2 (Gambar 1.24). Kemudian, tarik "garis mendatar" keluar dari tepi kiri dan kanan kotak sampai jarak 1,5 *IQR* (Gambar 1.25). Jika ada data di luar "garis mendatar" ini, data ini adalah *pencilan*, dan dilukis sebagai sebuah *titik*.

Gambar 1.24



Gambar 1.25



Contoh Soal 1.21

Menggambar Diagram Kotak–Garis yang Memuat Data Pencilan

Berikut ini adalah 20 skor tes Bahasa Jepang yang telah didaftar dengan urutan naik.
46, 58, 62, 63, 66, 67, 67, 68, 70, 70, 72, 73, 75, 76, 80, 81, 83, 85, 99
Gambar diagram kotak-garis dari kumpulan data ini, dan jika ada data pencilan harap ditunjukkan pada diagram.

$$\overbrace{46,\ 58,\ 62,\ 63,\ 66,\ \underset{\uparrow\ Q_1}{66,}\ 67,\ 67,\ 68,\ 70,}\ \underset{\uparrow\ Q_2}{}\ \overbrace{70,\ 72,\ 73,\ 75,\ 76,\ \underset{\uparrow\ Q_3}{80,}\ 81,\ 83,\ 85,\ 99}$$

Penyelesaian:

Langkah 1. Anda tentukan dahulu Q_1, Q_2, Q_3, dan *IQR*.
Dari gambar tersebut, diperoleh

$$Q_1 = \frac{66 + 66}{2} = 66$$

$$Q_2 = \frac{70 + 70}{2} = 70$$

$$Q_3 = \frac{76+80}{2} = 78$$

$IQR = Q_3 - Q_1 = 78 - 66 = 12$

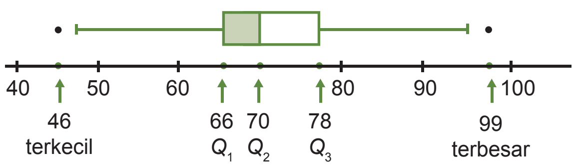
$1{,}5\ IQR = 1{,}5(12) = 18$

Langkah 2. Anda hitung batas nilai untuk menentukan apakah ada datum/skor yang termasuk data terpencil.

$Q_1 - 1{,}5\ IQR = 66 - 18 = 48$

$Q_3 + 1{,}5\ IQR = 78 + 18 = 96$

Diagram kotak-garis kumpulan data ini ditunjukkan pada Gambar 1.26. Tampak pada gambar ini ada dua pencilan data, yaitu datum terkecil 46 di kiri "garis" dan datum terbesar 99 di kanan "garis". Kedua datum ini ditampilkan dengan tanda *titik* pada Gambar 1.26.



Gambar 1.26

Tanda *titik hitam* di kiri dan di kanan garis yang keluar dari tepi kotak menunjukkan *data pencilan*.

2. Ragam dan Simpangan Baku

a. Ragam dan Simpangan Baku untuk Data Tunggal

Untuk memahami ragam dan simpangan baku, kita perlu menyadari seberapa besarkah setiap datum menyimpang dari *mean* data. Simpangan atau deviasi ini ditulis sebagai $\left(x_i - \overline{x}\right)$.Jika diambil nilai mutlak dari deviasi ini maka deviasi/simpangan selalu *lebih besar* dari 0, yaitu $\left|x_i - \overline{x}\right|$.

Untuk kumpulan nilai data $x_1, x_2, ..., x_n$, *ragam* atau *varians* (s^2) didefinisikan sebagai rata-rata dari kuadrat simpangan tiap datum terhadap *mean*.

$$s^2 = \text{rata-rata dari } (x_i - \overline{x})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}$$

dengan n = banyak datum dari kumpulan data dan $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$.

Agar ukuran penyebaran data positif, linear, dan memiliki satuan yang sama dengan satuan datanya, sebaiknya Anda tarik akar kuadrat dari ragam. Akar kuadrat dari ragam inilah yang disebut sebagai *simpangan baku* atau *deviasi standar* (*standard deviation*).

Math++

Penggunaan Kalkulator dalam Statistika

Dalam praktiknya, penyajian dan menganalisis data yang banyak akan lebih mudah dilakukan dengan bantuan kalkulator. Perhitungan mean dan standar deviasi dapat dilakukan dengan bantuan kalkulator. Kalkulator yang digunakan adalah kalkulator *scientific*, seperti *fx*–3600*pv*. Anda harus mengeset kalkulator pada fungsi statistika dengan menekan tombol MODE SD.

The Use of Calculator ***in Statistic***

*In practice, representing and analysis a lot of data will be easier to be done using calculator. Value of mean and standard deviation can be calculated by calculator. The calculator which usually used is a scientific calculator, such as **fx–3600pv**. You have to set your calculator into statistic function with pressing button of* MODE SD.

Rumus Simpangan Baku untuk Data Tunggal

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$, dengan s^2 = ragam data.

Simpangan baku yang merupakan akar kuadrat dari ragam adalah ukuran penyebaran data yang linear, positif, dan telah melibatkan semua nilai data dalam perhitungannya. Oleh karena itu, simpangan baku merupakan ukuran penyebaran data yang dianggap paling baik sehingga paling banyak dipakai dalam analisis statistik dibandingkan dengan ukuran penyebaran data yang lain.

Perhitungan dari $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$ bisa *tidak praktis* ketika *mean* $\bar{x}$ bukan merupakan bilangan bulat. Supaya proses perhitungan lebih sederhana dan mudah sehingga mengurangi kesalahan menghitung karena kurang teliti atau kurang cermat, sebaiknya untuk kasus *mean* tidak bulat digunakan rumus ragam (s^2) dan rumus simpangan baku (s) berikut ini.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\right)^2 \text{ dan } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}\right)^2}$$

Perhatikan,

$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} = \overline{x^2}$, yaitu *mean* dari x_i^2 (kuadrat nilai data);

$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x}$, yaitu *mean* dari x_i (nilai data).

Dalam bentuk pernyataan dapat dikatakan bahwa: *ragam adalah selisih antara mean dari kuadrat nilai data, dan kuadrat dari mean nilai data*. Coba sebutkan hal ini dengan kalimat yang Anda pahami. Secara matematis, pernyataan ini ditulis sebagai berikut.

Ragam $s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$

Simpangan baku $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$

Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 1.22 berikut ini.

Contoh Soal 1.22

Menghitung Simpangan Baku untuk Data Tunggal

Hitung simpangan baku data berikut: 3, 5, 7, 8, 9 dengan rumus praktis.

Penyelesaian:

Untuk menggunakan rumus praktis $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}$, dengan $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ dan $\overline{x^2} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}$, Anda perlu terlebih dahulu menghitung x_i^2 dari data x_i yang diberikan. Perhitungan ini disajikan pada Tabel 1.18. Kemudian, Anda hitung $\overline{x}$ dan $\overline{x^2}$.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{32}{5} = 6{,}4$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} = \frac{228}{5} = 45{,}6$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2} = \sqrt{45{,}6 - (6{,}4)^2} = \sqrt{45{,}6 - 40{,}96} \\ &= \sqrt{4{,}64} \\ &= 2{,}15 \end{aligned}$$

Tabel 1.18

x_i	x_i^2
3	$3^2 = 9$
5	$5^2 = 25$
7	$7^2 = 49$
8	$8^2 = 64$
9	$9^2 = 81$
$\Sigma x_i = 32$	$\Sigma x_i^2 = 228$

Untuk memudahkan perhitungan, simpangan baku dapat ditentukan dengan bantuan kalkulator *scientific*, misalnya tipe *fx-3600 Pv*. Setelah mengeset kalkulator pada fungsi statistika dan memasukkan data pada memori kalkulator (seperti dicontohkan pada penentuan *mean* di halaman 17), tekan tombol berikut:

$\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{x\sigma_{n-1}}$ untuk banyak data $(n) < 30$

atau

$\boxed{\text{SHIFT}}\ \boxed{x\sigma_{n}}$ untuk banyak data $(n) \geq 30$.

Sekarang, periksalah hasil simpangan baku yang diperoleh pada Contoh 1.22 dengan bantuan kalkulator.

b. Ragam dan Simpangan Baku untuk Data Berkelompok

Menghitung simpangan baku data berkelompok sama saja seperti pada data tunggal, hanya muncul notasi f_i untuk frekuensi kelas ke-*i* dan x_i-nya adalah nilai tengah kelas ke-*i*.

Dapat disarikan bahwa ada *dua* rumus yang dapat digunakan untuk menghitung simpangan baku dari data berkelompok, yaitu sebagai berikut.

Soal Menantang

Gaji bulanan dari 60 pekerja suatu pabrik dicatat dan disarikan pada tabel berikut.

Gaji Bulanan (×10.000 rupiah)	Banyak Pekerja
300 - 399	6
400 - 499	10
500 - 599	14
600 - 699	16
700 - 799	8
800 - 899	4
900 - 999	2

a. Dengan menggunakan *mean* sementara di antara 600 dan 699, tentukan *mean* dan simpangan baku.

b. Jika gaji bulanan tiap pekerja dinaikkan 20%, hitung *mean* dan simpangan baku dari gaji yang baru.

Soal Matematika Singapura

Soal Menantang

Simpangan baku dari data 2, 3, 6, 8, 11 adalah ....

a. 3,3
b. 3,4
c. 3,5
d. 3,6
e. 3,7

UAN 2007

1. *Rumus Sesuai dengan Definisi.*

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i(x_i - \overline{x})^2}{n} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i(x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

dengan $n = \sum_{i=1}^{k} f_i$, $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n}$, dan x_i = nilai tengah kelas ke-i.

2. *Rumus Praktis.*

$s^2 = \overline{x^2} - (\overline{x})^2$ dan $s = \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}$, dengan $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n}$,

$$\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2}{n}$$

Sekarang, coba Anda tentukan ragam dan simpangan baku dari data pada Contoh Soal 1.19.

Uji Kemampuan 1.3

Kerjakan soal-soal berikut di buku latihan Anda.

1. Tentukan kuartil bawah, tengah, atas, nilai rentang, rentang interkuartil, dan simpangan kuartil dari data berikut.
   a. 1, 5, 7, 2, 9, 4, 10, 12, 16, 18, 13
   b. 20, 5, 1, 5, 3, 9, 11, 2, 0, 1, 4, 3
2. Laju produksi (v) pada suatu perusahaan pembuatan alat-alat rumah tangga dicatat dalam tabel berikut.

Laju Produksi	Frekuensi
21 – 30	5
31 – 40	20
41 – 50	38
51 – 60	25
61 – 70	10
71 – 80	2

   a. Buatlah sebuah tabel frekuensi kumulatif.
   b. Gunakan tabel tersebut untuk menaksir
      (i) kuartil-kuartil Q_1, Q_2, dan Q_3,
      (ii) desil ke-1 dan ke-9, dan
      (iii) rentang interkuartil dan simpangan kuartil.
3. Lukislah diagram kotak garis untuk data berikut.
   52, 61, 67, 75, 79, 81, 82, 84, 90, 95, 96
   a. Berapakah rentang data ini?
   b. Pengamatan apakah yang dapat Anda lihat dari diagram ini?
4. Jelaskan secukupnya tentang
   a. rentang;
   b. rentang interkuartil;
   c. simpangan kuartil;
   d. data pencilan;
   e. simpangan rata-rata;
   f. ragam;
   g. simpangan baku.
5. Mengapa simpangan baku paling banyak digunakan sebagai ukuran penyebaran data dalam analisis statistik? Jelaskan alasannya.
6. Berikut ini adalah rincian gaji tahunan pegawai pada suatu perusahaan.

1 presiden direktur	Rp210 juta
1 wakil presiden direktur	Rp120 juta
1 manager	Rp40 juta
1 *supervisor*	Rp22 juta
1 operator mesin	Rp12 juta
5 pekerja pabrik	Rp42 juta
6 pekerja magang	Rp13 juta

a. Tentukan *mean*, median, dan modus dari data gaji tahunan tersebut. Gunakan kalkulator jika diperlukan.

b. Gaji manakah yang termasuk pencilan?

7. Tentukan simpangan rata-rata dari data berikut.

a. 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12

b. 48, 50, 52, 55, 57, 69, 81, 84

c. 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

8. Tentukan simpangan rata-rata dari data berat benda berikut.

Berat Benda	x_i	f_i
60 – 62	61	5
63 – 65	64	18
66 – 68	67	42
69 – 71	70	27
72 – 74	73	8

9. Hitung simpangan baku berikut dengan rumus

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i(x_i - \overline{x})^2}{n}}$$

, dan cara kedua dengan rumus praktis $s = \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}$. Kemudian, gunakan kalkulator untuk memeriksa hasilnya.

a. 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12

b. 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

10. Hitung ragam dan simpangan baku untuk data berikut.

a.

Panjang	*f*
118 – 126	3
127 – 135	5
136 – 144	9
145 – 153	12
154 – 162	5
163 – 171	4
172 – 180	2

b.

Nilai Tes	Frekuensi
118 – 126	4
127 – 135	3
136 – 144	11
145 – 153	21
154 – 162	33
163 – 171	15
172 – 180	3

11. Jumlah murid kelas *A* dan kelas *B* masing-masing adalah 30 orang dan 20 orang. Nilai suatu ujian ditunjukkan pada tabel berikut.

	Rata-Rata	Simpangan Baku
Kelas *A*	60	8
Kelas *B*	50	10

Hitunglah rata-rata dan simpangan baku dari nilai seluruh murid (50 orang) di kelas *A* dan *B*.

Soal Terbuka

1. Dari pembahasan mengenai ukuran penyebaran data, diuraikan bahwa ukuran pemusatan data tidak memberi gambaran lengkap dari distribusi data. Mengapa? Coba Anda jelaskan.

2. Menurut pendapat Anda, mengapa Anda harus mempelajari pencilan?

Rangkuman

Berikut ini adalah rangkuman materi Subbab A.

- *Statistika* adalah ilmu yang mempelajari tentang pengumpulan, pengolahan, dan penyajian data, serta penarikan kesimpulan dari data tersebut.
- Data statistika diambil dari *sampel* suatu *populasi*. Data tersebut diolah dan disajikan ke dalam bentuk *tabel* atau *diagram*.
- Berdasarkan ukurannya, data statistik dibagi menjadi tiga bagian, yaitu *ukuran pemusatan data*, *ukuran letak data*, dan *ukuran penyebaran data*.

Coba buat rangkuman materi Subbab lainnya di buku catatan Anda. Bandingkan hasil rangkuman Anda dengan teman lainnya dan diskusikan.

Apa yang Anda Peroleh Setelah Mempelajari Bab Ini?

Apakah Anda telah memahami materi tentang Statistika? Jika belum, tuliskan materi apa saja yang belum Anda pahami beserta alasannya. Presentasikan tulisan Anda di depan kelas.

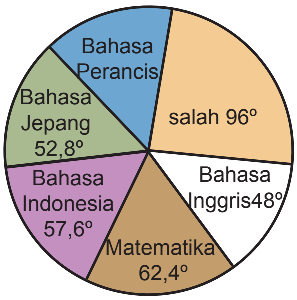
"Diam (tidak banyak bicara) adalah suatu kebijaksanaan dan sedikit orang yang melakukannya."

Ibnu Hiban

Uji Kemampuan Bab 1

I. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat dan berikan alasannya. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

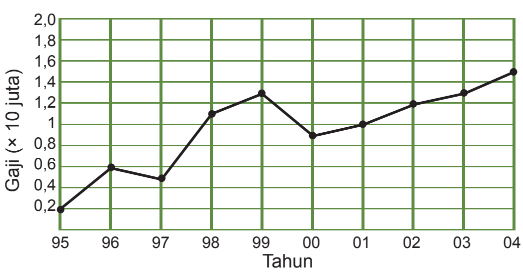
1. Diagram lingkaran berikut ini menunjukkan banyak soal yang benar pada sebuah tes (jumlah soal = 75) yang diperoleh seorang peserta



Mata pelajaran Bahasa Perancis benar ... soal.

a. 7 d. 10
b. 8 e. 11
c. 9

Untuk soal nomor 2, 3, dan 4, perhatikan gambar berikut.



2. Dari tahun 1996 sampai dengan tahun 2002, kenaikan gaji terbesar (dalam rupiah) dari suatu tahun ke tahun berikutnya adalah ....
a. Rp3.000.000,00
b. Rp6.000.000,00
c. Rp7.500.000,00
d. Rp10.000.000,00
e. Rp12.000.000,00

3. Selama tahun 2000 sampai dengan 2004, gaji rata-rata dari perusahaan K mendekati ....
a. Rp11.800.000,00
b. Rp9.980.000,00
c. Rp9.200.000,00
d. Rp8.800.000,00
e. Rp7.200.000,00

4. Dari tahun 1995 sampai dengan tahun 2004, gaji perusahaan K mengalami kenaikan sebesar ....
a. 150 persen d. 400 persen
b. 200 persen e. 500 persen
c. 233 persen

5. Rataan dari $a - 2$, $b + 3$, dan $c + 5$ adalah 6. Rataan dari $a + 4$, $b + 6$, dan $c - 1$ adalah ....
a. 5 d. 8
b. 6 e. 9
c. 7

Kompetisi SMU DKI ke-17 Oktober 2000

6. Seorang ibu mempunyai 5 orang anak. Anak tertua berumur $2p$ tahun, yang termuda berumur p tahun. Tiga anak lainnya berturut-turut berumur $2p - 2$, $p + 2$, dan $p + 1$ tahun. Jika rata-rata umur mereka 17 tahun, umur anak yang di tengah adalah ....
a. 12 d. 20
b. 14 e. 22
c. 16

7. Nilai rata-rata ujian Matematika dari 43 siswa adalah 56. Jika nilai ujian dua siswa, yaitu Tuti dan Tono digabungkan dengan kelompok tersebut, nilai rata-rata ujian Matematika menjadi 55. Apabila Tuti mendapat nilai 25, Tono mendapat nilai ....
a. 40 d. 46
b. 42 e. 48
c. 44

Soal UM-UGM 2003

8. Median dari angka-angka 8, 5, 7, 5, 9, 9, 1, 8, 10, 5, dan 10 adalah ....
a. 5 d. 9
b. 7 e. 10
c. 8

9. Jangkauan dan median dari data 21, 20, 19, 18, 17, 22, 22, 18, 17, 23, 24, 25, berturut-turut adalah ....
a. 25 dan 21 d. 8 dan 20
b. 25 dan 20 e. 8 dan 20,5
c. 17 dan 21

Soal SPMB 2002

10. Sebuah sensus menunjukkan bahwa pada daerah tertentu, banyak anak pada tiap keluarga adalah masing-masing 3, 4, 4, 0, 1, 2, 0, 2, dan 2. Rata-rata, modus, dan median adalah ....
    a. 2, 2, 2
    b. 2, 2, 3
    c. 2, 3, 2
    d. 2,2; 5,2; 5
    e. 2,5; 2,5; 2,5

11. Diberikan data berikut: 5, 6, 8, 10, 4, 5, 7, 6, 5, 9, 3, 10. Dari pernyataan-pernyatan berikut mana yang salah?
    a. Nilai *mean* lebih besar daripada nilai modus.
    b. Nilai *mean* lebih besar daripada nilai median.
    c. Nilai median lebih besar daripada nilai modus.
    d. Nilai *mean* kurang dari 7
    e. Nilai median sama dengan 7

Soal PMB STT Telkom 2002

12. Suatu data memiliki rata-rata 5 dan rentang 4. Jika setiap nilai dalam data dikalikan dengan p, kemudian ditambah dengan q didapat data baru dengan rata-rata 19 dan rentang 12. Nilai dari $3p - q = ...$
    a. 3
    b. 4
    c. 5
    d. 8
    e. 9

13. Rentang interkuartil untuk data berikut: 26, 16, 20, 10, 25, 8, 35, 15, 18, 24, 11 adalah ....
    a. 10
    b. 12
    c. 14
    d. 15
    e. 16

14. Nilai tengah suatu interval kelas adalah 42. Jika panjang kelas adalah 10, batas atas dan batas bawah kelas adalah ....
    a. 47 dan 37
    b. 46, 5 dan 37,5
    c. 47,5 dan 37,5
    d. 46,5 dan 36,5
    e. 48 dan 38

15. Simpangan baku data: 7, 9, 11, 13, 15 adalah ...
    a. 2,4
    b. 2,5
    c. 2,6
    d. 2,7
    e. 2,8

II. Jawablah dengan singkat, tepat, dan jelas. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

16. Lima ratus butir telur disortir berdasarkan beratnya ke dalam lima ukuran yang berbeda.

Ukuran	Berat (*m* gram)	Frekuensi
Kecil	$35 < m < 40$	20
Medium	$41 < m < 50$	60
Standar	$51 < m < 60$	200
Besar	$61 < m < 75$	180
Ekstra besar	$76 < m < 80$	40

    a. Lukislah sebuah histogram yang teliti untuk menampilkan informasi ini. Gunakanlah skala 2 cm untuk menampilkan 5 gram pada sumbu mendatar, dan satu skala luas 1 cm^2 untuk menampilkan 5 telur.
    b. Hitunglah taksiran berat telur rata-rata.

Soal ujian Sekolah Internasional di Jakarta

17. Tentukan nilai-nilai kuartil bawah, kuartil atas, desil ke-3, dan desil ke-8 untuk distribusi frekuensi berikut. Tentukan juga modusnya.

Interval	0–4	5–9	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34
Frekuensi	4	8	14	26	10	8	2

18. Mean dari lima bilangan adalah 2 dan simpangan baku $\sqrt{3}$. Sekumpulan tujuh bilangan lainnya memiliki *mean* 5 dan simpangan baku $\sqrt{6}$. Jika kedua kumpulan bilangan ini digabungkan untuk membentuk suatu kumpulan data tunggal, hitung *mean* dan simpangan baku kumpulan data gabungan.

19. Tabel berikut ini adalah data nilai dari ujian siswa dalam sebuah kelas.

Nilai	5	6	7	8	9
Frekuensi	1	4	2	1	2

    Tentukan median dari data tersebut.

Soal SPMB 2002

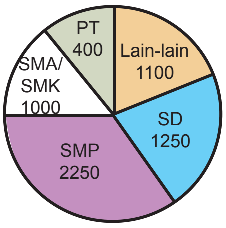
20. Dari data distribusi frekuensi berikut, tentukan nilai *mean* dan modusnya.

Kelas Interval	Frekuensi
2 – 6	2
7 – 11	3
12 – 16	4
17 – 21	5
22 – 26	6

Evaluasi Semester I

I. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat dan berikan alasannya. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

1. Jumlah penduduk di daerah *A* berdasarkan tingkatan pendidikannya disajikan dalam diagram lingkaran berikut.



Persentase penduduk yang tingkat pendidikannya SMP adalah...

a. 6,07%
b. 16,67%
c. 18,33%
d. 20,83%
e. 37,5%

UAN 2003

2. Dari data distribusi frekuensi berikut dapat disimpulkan bahwa rata-ratanya adalah ....

Kelas Interval	*f*
0 – 3	2
4 – 7	4
8 – 11	7
12 – 15	4
16 – 19	3

a. 8,00
b. 9,50
c. 9,90
d. 10,25
e. 10,75

3. Pendapatan rata-rata karyawan suatu perusahaan Rp300.000,00 per bulan. Jika pendapatan rata-rata karyawan pria Rp320.000,00 dan karyawan wanita Rp285.000,00 maka perbandingan jumlah karyawan pria dengan karyawan wanita adalah ....

a. 2 : 3
b. 4 : 5
c. 2 : 5
d. 3 : 4
e. 1 : 2

4. Nilai rata-rata ulangan matematika dari 30 siswa adalah 7. Kemudian, 5 orang siswa mengikuti ulangan susulan sehingga nilai rata-rata keseluruhan menjadi 6,8. Nilai rata-rata siswa yang mengikuti ulangan susulan adalah ....

a. 4,2
b. 4,5
c. 5,3
d. 5,6
e. 6,8

SPMB 2002

5. Jika 30 siswa kelas III IPA mempunyai nilai rata-rata 6,5; 25 siswa kelas III IPS mempunyai nilai rata-rata 7; dan 20 siswa kelas III Bahasa mempunyai nilai rata-rata 8 maka rata-rata ke-85 siswa kelas III tersebut adalah ....

a. 7,16
b. 7,10
c. 7,07
d. 7,04
e. 7,01

UMPTN 1997

6. Nilai rata-rata ulangan kelas *A* adalah $\overline{x}_A$ dan kelas *B* adalah $\overline{x}_B$, setelah kedua kelas digabung, nilai rata-ratanya adalah $\overline{x}$. Jika $\overline{x}_A : \overline{x}_B = 10 : 9$ dan $\overline{x} : \overline{x}_B = 85 : 81$ maka perbandingan banyaknya siswa di kelas *A* dan *B* adalah ....

a. 8 : 9
b. 4 : 5
c. 3 :4
d. 3 : 5
e. 9 : 10

SPMB 2005

7. Median dari data umur pada tabel berikut adalah ....

Umur	*f*
4 – 7	6
8 – 11	10
12 – 15	18
16 – 19	40
20 – 23	16
24 – 27	10

a. 16,5
b. 17,1
c. 17,3
d. 17,5
e. 18,3

8. Median dari distribusi frekuensi

Titik Tengah	32	37	42	47	52
Frekuensi	2	4	10	16	8

adalah ....
a. 45
b. 45,5
c. 45,75
d. 49,0
e. 49,5

SPMB 2003

9. Data berat badan 30 siswa sebagai berikut.

Berat Badan (kg)	*F*
35 – 39	3
40 – 44	15
45 – 49	10
50 – 54	2

Rata-rata berat badan siswa adalah ....
a. 42,83 kg
b. 43,83 kg
c. 48,17 kg
d. 49,27 kg
e. 49,72 kg

UAN 2005

10. Dari tabel distribusi frekuensi berikut ini kuartil bawahnya adalah ....

Berat Badan (kg)	*F*
36 – 45	5
46 – 55	10
56 – 65	12
66 – 75	7
76 – 85	6

a. 50,5
b. 52,5
c. 53,5
d. 54,5
e. 55,5

UAN 2003 SMK Bisnis dan Manajemen

11. Nilai ujian suatu mata pelajaran diberikan dalam tabel berikut.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	3	5	4	6	1	1

Jika nilai siswa yang lebih rendah dari rata-rata dinyatakan tidak lulus maka banyaknya siswa yang lulus adalah ....
a. 2
b. 8
c. 10
d. 12
e. 14

12. Modus dari data dalam tabel berikut ini adalah ....

Interval	Frekuensi
61 – 65	8
66 – 70	12
71 – 75	18
76 – 80	14

a. 72,5
b. 72,75
c. 73,5
d. 73,75
e. 74,5

13. *Mean* dari kumpulan nilai 1, 2, 3, ..., n adalah ....
a. $\frac{n+1}{2}$
b. $\frac{n}{2}+1$
c. $n+\frac{1}{2}$
d. $\frac{n}{2}$
e. $\frac{1}{2}(n \quad 1)$

14. Simpangan kuartil dari data 3, 6, 2, 4, 14, 9, 12, 8 adalah ....
a. $2\frac{1}{2}$
b. 3
c. $3\frac{1}{2}$
d. 4
e. $4\frac{1}{2}$

15. Jangakauan kuartil dari susunan bilangan-bilangan 3, 4, 7, 8, 5, 9 adalah ....
a. 5,5
b. 4
c 4,5
d. 6,5
e. 6

SPMB 2002

16. Standar deviasi dari data: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 adalah ....
a 1
b. 4
c. 3
d. 4
e. 5

17. Jumlah murid kelas *A* dan kelas *B* masing-masing adalah 30 orang dan 20 orang. Nilai suatu ujian ditunjukkan pada tabel berikut.

	Rata-Rata	Simpangan Baku
Kelas *A*	60	8
Kelas *B*	50	10

Simpangan baku dari nilai seluruh murid kelas *A* dan kelas *B* (terdiri atas 50 orang) adalah ....
a. 8,1
b. 8,4
c. 8,8
d. 9,2
e. 9,6

18. Diketahui $x_1 = 1{,}5$; $x_2 = 2{,}5$; $x_3 = 6{,}5$; $x_4 = 7{,}5$; $x_5 = 9{,}5$ maka deviasi rata-rata nilai tersebut adalah ....
a. 2,4
b. 2,1
c. 2,7
d. 2.9
e. 2,8

19. Kumpulan dari empat angka memiliki *mean* 2 dan simpangan baku $\sqrt{2}$. Kumpulan dari enam angka lainnya memiliki *mean* 6 dan simpangan baku $\sqrt{5}$. Jika kedua kumpulan angka digabung, *mean* dan simpangan baku dari kumpulan data yang baru adalah ....
a. 2,76
b. 3,76
c. 4,76
d. 5,76
e. 6,76

20. Suatu data dengan rata-rata 16 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai dalam data dikalikan *p* kemudian dikurangi *q* didapat data baru dengan rata-rata 20 dan jangkauan 9. Nilai dari $2p + q = ...$
a. 3
b. 4
c. 7
d. 8
e. 9

UMPTN 1999

II. Jawablah dengan singkat, tepat, dan jelas. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

21. Hitung *mean* dan simpangan baku dari kelima bilangan: 1, 3, 5, 6, 8.

22. Gunakan jawaban Anda dalam soal nomor 21 untuk menentukan mean dan simpangan baku dari
a. 4, 6, 8, 9, 11
b. 5, 15, 25, 30, 40

23. Diketahui bilangan 16, *w*, 17, 9, *x*, 2, *y*, 7, dan *z* memiliki rata-rata 11. Tentukan nilai *w*, *y*, dan *z*.

24. Angka-angka 8, 3, p, 3, 4, 10, q, 4, 12 memiliki *mean* = 6. Hitunglah $p + q$. Jika kumpulan angka memiliki modus = 3, tentukan
   a. nilai p dan q,
   b. median.

25. Gaji bulanan dari 3 pekerja adalah sebagai berikut Rp620.000,00; Rp600.000,00; Rp650.000,00.
   Jika gaji bulanan setiap pekerja dinaikkan Rp200.000,00, tentukan gaji bulanan rata-rata yang baru.

Bab 2

Peluang

Sumber: pro.corbis.com

Pada bab ini, Anda akan mempelajari cara menggunakan kaidah pencacahan untuk menentukan peluang suatu kejadian dan penafsiran. Setelah mempelajari bab ini, Anda diharapkan dapat

- menggunakan sifat dan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam pemecahan masalah,
- menentukan ruang sampel suatu percobaan,
- menentukan peluang suatu kejadian dan menafsirkannya.

Kata Kunci

Faktorial, permutasi, kombinasi, ruang sampel, komplemen, diagram Venn, kejadian majemuk, kejadian saling lepas.

Anda telah mempelajari konsep peluang di Kelas IX. Peluang yang Anda pelajari masih terbatas pada peluang kejadian sederhana. Pada bab ini, materi peluang dikembangkan sampai pada peluang kejadian majemuk.

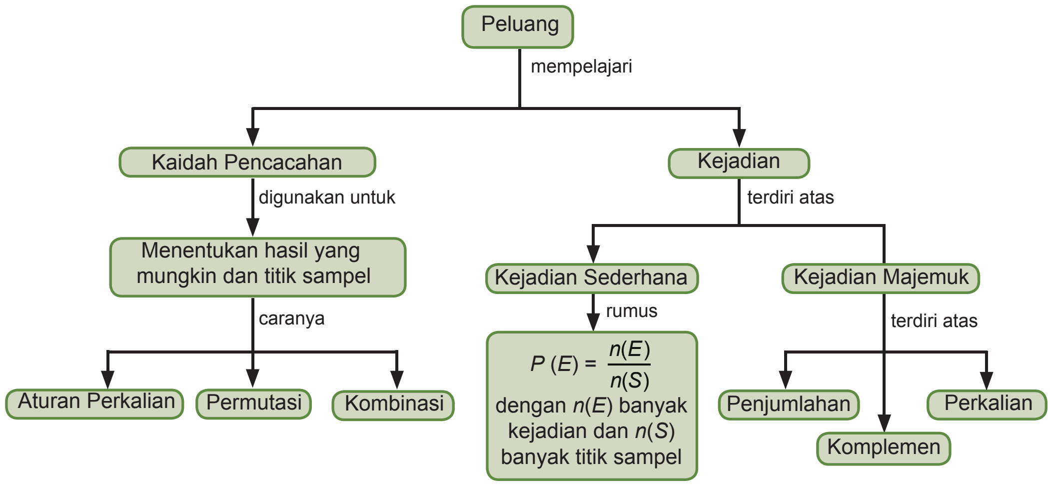
Pada awalnya, teori peluang digunakan untuk menentukan kemungkinan memenangkan suatu permainan judi (perbuatan yang tidak pasti). Saat ini, teori peluang banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam berbagai bidang, seperti meteorologi, asuransi, biologi, sosial, dan ekonomi.

Misalkan, dalam pertandingan sepak bola, wasit menggunakan uang logam untuk menentukan tim mana yang memperoleh bola pertama. Sisi manakah yang memiliki peluang lebih besar, sisi gambar atau sisi angka?

Jika Anda mempelajari bab ini dengan baik, Anda dapat mengetahui bahwa teori peluang digunakan para ahli dalam menghasilkan suatu keputusan.

Peta Konsep

Materi tentang Peluang dapat digambarkan sebagai berikut.



A. Kaidah Pencacahan

Di Kelas IX, Anda telah mempelajari peluang yang berhubungan erat dengan penentuan banyak titik sampel. Oleh karena itu, pada bagian ini akan dipelajari cara menentukan banyak titik sampel (atau hasil yang mungkin) dari suatu percobaan, yang disebut kaidah mencacah. Untuk memahami apa yang disebut kaidah mencacah, pelajari contoh berikut.

Di sebuah kelas, banyak siswa laki-laki adalah 13, sedangkan banyak siswa perempuan adalah 15. Berapa banyak siswa di kelas tersebut? Anda dapat dengan mudah menjawab pertanyaan tersebut, yaitu 28. Hal ini merupakan contoh sederhana dari kaidah mencacah. *Kaidah mencacah* adalah suatu cara menentukan banyak hasil yang mungkin (titik sampel) dari suatu percobaan tanpa mendaftar atau membilangnya satu per satu. Pada contoh tersebut, Anda tidak membilang satu per satu siswa di kelas tersebut. Kaidah mencacah yang akan dipelajari pada bagian ini adalah aturan perkalian, permutasi dan kombinasi.

1. Aturan Perkalian

Di Kelas IX, Anda telah mempelajari cara menentukan titik sampel atau hasil yang mungkin dengan tabel dan diagram pohon. Untuk mengingatnya kembali, pelajari Contoh Soal 2.1 berikut.

Contoh Soal 2.1

Mendaftar Hasil dengan Tabel

Dalam sebuah permainan monopoli, Sani mengetos dua buah dadu secara bersamaan. Berapa banyak hasil yang mungkin diperoleh? Daftarkan semua hasil tersebut dalam sebuah tabel pasangan terurut.

Penyelesaian:

Masalah ini dapat dipecahkan dalam beberapa cara. Salah satu cara adalah dengan cara menyusun daftar hasil yang mungkin dalam sebuah tabel.

Tabel 2.1 Daftar hasil yang mungkin dalam pengetosan dua buah dadu

Dadu kedua

Dadu pertama	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
⚁	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
⚂	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
⚃	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
⚄	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
⚅	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Uji Materi Prasyarat

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihan Anda. Jika Anda berhasil mengerjakannya dengan baik, akan memudahkan mempelajari materi berikut.

1. Apa yang Anda ketahui tentang peluang?
2. Sebutkan lima contoh kasus dalam kehidupan sehari-hari yang menggunakan teori peluang.
3. Tentukan titik sampel dan ruang sampel pada pengetosan sebuah dadu.
4. Dari seperangkat kartu *bridge*, tentukan peluang kartu As.
5. Diketahui $A = \{1,2,3,4,5\}$ dan $B = \{1,3,5,7,9\}$. Tentukan $n(A \cap B)$ dan $n(A \cup B)$.

Pada permainan tersebut, dadu pertama dapat memberikan 6 hasil yang mungkin. Adapun dadu kedua, juga dapat memberikan 6 hasil yang mungkin. Dengan demikian, ukuran tabel adalah 6 × 6. Selanjutnya, semua pasangan terurut dapat dibaca pada Tabel 2.1.

Dari Tabel 2.1, diperoleh 36 pasangan terurut. Coba Anda sebutkan atau daftarkan hasil yang mungkin tersebut. Ini menunjukkan bahwa ada 36 hasil yang mungkin diperoleh.
Dapatkah Anda temukan hasil 36 tadi dengan cara yang lain?

Enter

Materi tentang **Peluang** dapat dilihat pada situs
- *http://en.wikipedia.org/wiki/Probability*
- *http://72.14.235.104/search?q=cache:0iOma6z-6hMJ:202.152.31.170/modul/adaptif/adaptif_matematika/peluang.pdf+MAT.07&hl=id&ct=clnk&cd=16&gl=id*

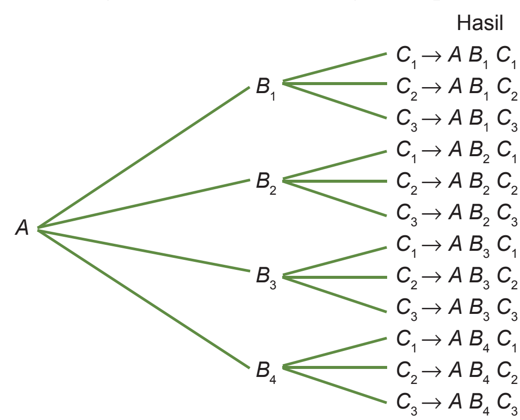
Contoh tersebut menggambarkan cara menentukan titik-titik sampel dan menyusun semua hasil yang mungkin dari suatu kejadian dengan menggunakan tabel. Untuk kejadian-kejadian yang kompleks, cara ini akan sulit dilakukan. Sebagai gantinya, Anda dapat menggunakan diagram pohon. Agar lebih mudah memahaminya, pelajarilah contoh soal berikut.

Contoh Soal 2.2

Mendaftar Hasil dengan Diagram Pohon

Kota A dan kota B dihubungkan oleh empat buah jalan, sedangkan kota B dan kota C dihubungkan oleh tiga buah jalan. Sebuah mobil berangkat dari kota A menuju ke kota C melalui kota B. Berapa banyak lintasan berbeda yang dapat ditempuh oleh mobil itu?

Penyelesaian:
Untuk percobaan pertama, yaitu jalan dari kota A ke kota B, ada 4 lintasan yang mungkin ditempuh, misalnya B_1, B_2, B_3, dan B_4. Untuk percobaan kedua, yaitu jalan dari kota B ke kota C, ada 3 lintasan yang mungkin ditempuh, misalnya C_1, C_2, dan C_3. Diagram pohon jalan dari A ke B, diteruskan jalan dari B ke C, ditunjukkan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1

Diagram pohon untuk lintasan yang ditempuh.

Dari Gambar 2.1, diperoleh 12 hasil pasangan terurut. Ini menunjukkan bahwa mobil dapat menempuh 12 lintasan berbeda dari kota A menuju ke kota C.

Hasil percobaan yang didaftar menggunakan tabel, hanya sesuai untuk kasus yang terdiri atas dua percobaan, seperti pelemparan dua dadu, pengetosan dua uang logam, dan pengetosan sebuah dadu diikuti oleh sebuah uang logam. Adapun hasil percobaan yang didaftar menggunakan diagram pohon, sesuai untuk kasus yang memiliki dua percobaan atau lebih. Sebagai contoh, pelemparan tiga uang logam, pengetosan tiga dadu, dan sebagainya.

Jika Anda ditanya, berapa banyak hasil yang mungkin untuk pengetosan dadu sebanyak lima kali? Anda akan memperoleh 7.776 hasil yang mungkin. Jika didaftar dengan diagram pohon, semua hasil tersebut jelas tidak efisien.

Contoh lain, misalnya akan dipilih seorang ketua, seorang sekretaris, dan seorang bendahara kelas dari 40 siswa. Berapa cara yang akan diperoleh? Anda akan memperoleh 59.280 cara. Jika Anda mendaftar semua cara menggunakan diagram pohon, diperlukan waktu yang sangat lama atau boleh dikatakan tidak mungkin.

Untuk menyelesaikan masalah seperti ini, Anda dapat menggunakan *Aturan Perkalian* berikut.

Aturan Perkalian

1. Misalkan, ada dua percobaan. Percobaan pertama memiliki n_1 hasil yang mungkin dan percobaan kedua memiliki n_2 hasil yang mungkin, dan saling bebas sehingga banyak hasil yang mungkin dari kedua percobaan secara berurutan diberikan oleh hasil perkalian berikut.

$$n_1 \times n_2$$

2. Secara umum, misalkan ada k percobaan yang setiap kejadiannya memiliki hasil n_1, n_2, n_3, ..., n_k dan saling bebas maka banyak hasil yang mungkin dari k percobaan secara berurutan diberikan oleh hasil kali berikut.

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$$

Soal Menantang

Yoris sedang menempuh suatu tes yang terdiri atas tiga soal berbentuk pertanyaan benar atau salah. Coba Anda daftarkan semua jawaban yang mungkin, jika Yoris menjawab soal dengan menebak. Cara apa yang akan Anda gunakan? Jelaskan dan berikan alasannya.

Anda dapat menerapkan aturan perkalian untuk menentukan banyak hasil yang mungkin dalam percobaan-percobaan seperti pada Contoh Soal 2.1 dan 2.2. Kasus dalam Contoh Soal 2.1 terdiri atas dua percobaan, yaitu mengetos dadu yang pertama dan mengetos dadu yang kedua. Percobaan pertama memiliki enam hasil yang mungkin, $n_1 = 6$. Percobaan kedua memiliki enam hasil yang mungkin, $n_2 = 6$. Sesuai dengan aturan perkalian, total hasil yang mungkin dari percobaan tersebut adalah:

$$n_1 \times n_2 = 6 \times 6 = 36$$

Kasus dalam Contoh Soal 2.2 juga terdiri atas dua percobaan, yaitu jalan dari kota A ke kota B dan jalan dari kota B ke kota C. Percobaan pertama memiliki empat hasil yang mungkin, $n_1 = 4$. Percobaan kedua memiliki tiga hasil yang mungkin, $n_2 = 3$. Sesuai dengan aturan perkalian, total hasil yang mungkin dari percobaan tersebut adalah:

$$n_1 \times n_2 = 4 \times 3 = 12$$

Agar Anda lebih memahami konsep *aturan perkalian*, pelajarilah beberapa kasus dalam Contoh Soal 2.3 berikut.

Contoh Soal 2.3

Menentukan Banyak Hasil Suatu Percobaan dengan Aturan Perkalian

Berapa cara yang dapat diperoleh untuk memilih seorang ketua, sekretaris, dan bendahara kelas dari 40 siswa jika tidak ada jabatan yang dirangkap?

Penyelesaian:

Kasus ini terdiri atas tiga percobaan berurutan, misalkan

k_1 : percobaan memilih ketua kelas

k_2 : percobaan memilih sekretaris

k_3 : percobaan memilih bendahara

- Untuk k_1, ketua kelas dapat dipilih dengan 40 cara dari 40 siswa yang ada. Dituliskan $n_1 = 40$.
- Untuk k_2, sekretaris dapat dipilih dengan 39 cara dari 39 siswa yang ada (1 siswa lagi tidak dapat dipilih karena telah terpilih menjadi ketua kelas). Dituliskan $n_2 = 39$.
- Untuk k_3, bendahara hanya dapat dipilih dengan 38 cara dari 38 siswa yang ada (2 siswa lagi tidak dapat dipilih karena telah terpilih menjadi ketua dan sekretaris). Dituliskan $n_3 = 38$.

Sesuai dengan aturan perkalian, total percobaan berurutan k_1, k_2, dan k_3 adalah $n_1 \times n_2 \times n_3 = 40 \times 39 \times 38 = 59.280$

Kaidah pengisian tempat yang tersedia untuk percobaan berurutan k_1, k_2, dan k_3 ini ditunjukkan seperti Gambar 2.2.

Gambar 2.2

2. Definisi dan Notasi Faktorial

Tiga bendera berbeda akan ditempatkan berjajar ke belakang. Ketiga bendera tersebut misalnya bendera negara Indonesia, bendera negara Arab, dan bendera negara Inggris. Dalam berapa cara susunan bendera ini dapat dilakukan?

Dengan menggunakan aturan perkalian, diperoleh banyak susunan bendera adalah $3 \times 2 \times 1 = 6$ pilihan. Perkalian $3 \times 2 \times 1$ dapat dinyatakan dengan 3! (dibaca 3 faktorial).

Notasi dan Definisi Faktorial

Hasil perkalian semua bilangan asli secara berurutan dari 1 sampai dengan n disebut n faktorial, dan diberi notasi $n!$.
Dengan demikian,
$n! = 1 \times 2 \times 3 \times ... \times n$ atau
$n! = n(n-1)(n-2) ... \times 1$
Perlu diingat bahwa $0! = 1$ dan $1! = 1$.

Catatan

$n! = n(n-1)(n-2) \times ... \times 1$
$= n(n-1)!$
Untuk $n = 1$ maka
$1! = 1(1-1)! = 1(0!)$
Akibatnya, $0! = 1$ sehingga
$0! = 1$

Untuk lebih jelasnya, pelajarilah Contoh Soal 2.4 berikut.

Contoh Soal 2.4

Menghitung Pernyataan Faktorial

Hitunglah setiap pernyataan faktorial berikut.

a. $4! = ...$

b. $\frac{8!}{5!} = ...$

c. $\frac{10!}{2!7!} = ...$

d. $\frac{10!}{9! + 8!} = ...$

e. $\frac{9!}{8! - 7!} = ...$

Penyelesaian:

a. $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

b. $\frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5}!}{\cancel{5}!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$

c $\frac{10!}{2!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{2 \times 7!} = 360$

d. $\frac{10!}{9! + 8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{9 \times 8! + 1 \times 8!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{(9+1)8!} = \frac{10 \times 9}{10} = 9$

e. $\frac{9!}{8! - 7!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{8 \times 7! - 1 \times 7!} = \frac{72 \times 7!}{(8-1)7!} = \frac{72}{7} = 10\frac{2}{7}$

Anda juga dapat menggunakan kalkulator *scientific* untuk menghitung faktorial-faktorial pada contoh soal ini. Untuk menghitung 4!, tekan secara berurutan tombol berikut.

$\boxed{4}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{x!}$ $\boxed{=}$

Hasilnya akan tampak pada layar kalkulator, yaitu 24. Silakan Anda coba untuk faktorial-faktorial lainnya.

3. Permutasi

Coba Anda sediakan kartu-kartu yang berisi huruf-huruf abjad a sampai dengan z. Misalkan, Anda akan membuat kata sandi yang terdiri atas 3 huruf tanpa ada huruf yang diulang. Contohnya,

abc, acd, dan adc. Kata abc berbeda dengan kata acd. Begitu pula kata acd berbeda dengan adc. Kata aac tidak termasuk yang diminta karena huruf a diulang dua kali. Berapa banyak kata sandi yang dapat Anda buat dari 26 kartu (seluruh huruf ada 26)? Coba Anda praktikkan dengan kartu tersebut.

Untuk menyelesaikan masalah ini, Anda dapat menggunakan aturan perkalian. Pada pemilihan pertama, ada 26 huruf yang dapat dipilih. Pada pemilihan kedua, ada 25 huruf yang dapat dipilih karena satu huruf sudah digunakan pada pemilihan pertama. Pada pemilihan ketiga, ada 24 huruf yang dapat dipilih. Mengapa? Coba Anda jelaskan.

Dengan aturan perkalian, banyak kata sandi 3 huruf yang tepat dibuat dari 26 kartu huruf tanpa ada yang diulang adalah

$26 \times 25 \times 24 = 15.600$

Uraian tersebut menggambarkan masalah pencacahan yang disebut *permutasi*.

Soal Menantang

Siswa kelas XI akan mengadakan kegiatan bakti sosial. Pada pemilihan ketua dan wakil panitia, muncul lima siswa sebagai calonnya. Tentukan banyaknya susunan ketua dan wakil panitia yang mungkin dalam kegiatan tersebut.

Permutasi dari Suatu Himpunan Elemen

Permutasi dari suatu himpunan elemen adalah susunan dari elemen-elemen itu dalam suatu urutan tertentu.

Catatan

Operasi pembagian pada faktorial tidak sama dengan pembagian aljabar biasa.

Misalnya, $\frac{6!}{3!} \neq 2!$

Bersama teman sebangku, coba Anda diskusikan contoh-contoh kasus dalam kehidupan sehari-hari yang termasuk permutasi.

Permutasi sangat memperhatikan urutan. Misalnya, kata sandi abc berbeda dengan acb. Perhatikan kembali uraian mengenai penyusunan kata sandi. Permutasi banyak kata sandi yang terdiri atas 3 huruf dari 26 huruf ditulis $P(26, 3)$, yaitu

$P(26, 3) = 26 \times 25 \times 24$

Dalam notasi faktorial, dapat ditulis sebagai berikut.

$$P(26, 3) = 26 \times 25 \times 24 \times \frac{23!}{23!}$$

$$= \frac{26 \times 25 \times 24 \times 23!}{23!}$$

$$= \frac{26!}{23!} = \frac{26!}{(26-3)!}$$

Hasil ini dapat diperumum untuk permutasi r elemen dari n elemen atau $P(n, r)$ sebagai berikut.

Banyak Permutasi *r* Elemen dari *n* Elemen

Banyak susunan berbeda r elemen dari n elemen dengan $r \leq n$ yang memenuhi

1. seluruh n elemen berbeda,
2. tidak ada elemen yang diulang, dan
3. urutan diperhatikan, dapat dirumuskan $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

Bagaimana jika $r = n$? Dari teorema sebelumnya, diperoleh

$$P(n,n) = \frac{n!}{(n-n!)} = \frac{n!}{0!} = n!$$
$$= n(n-1)(n-2) \times \ldots \times 1$$

Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 2.5 berikut.

Contoh Soal 2.5

Menghitung Permutasi *P*(*n*, *r*)

Hitunglah permutasi-permutasi berikut.

a. $P(6, 3)$
b. $P(5, 4)$
c. $P(5, 5)$

Penyelesaian:

a. $P(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!}$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}}$$
$$= 120$$

Anda juga dapat menghitung $P(6, 3)$ dengan menekan tombol-tombol kalkulator *scientific*, seperti pada Gambar 2.3.

b. $P(5, 4) = \frac{5!}{(5-4)} = \frac{5!}{1!}$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 120 \qquad \text{karena} \quad 1! = 1$$

Periksa hasil ini dengan menggunakan kalkulator.

c. $P(5, 5) = \frac{5!}{(5-5)!} = \frac{5!}{0!}$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 120 \qquad \text{karena} \quad 0! = 1$$

Periksa hasil ini dengan menggunakan kalkulator.

6	SHIFT	*nPr*	3	=

Gambar 2.3

Tombol-tombol yang ditekan pada kalkulator untuk menghitung *P*(6, 3). Hasil yang tampak pada layar kalkulator adalah 120.

Contoh Soal 2.6

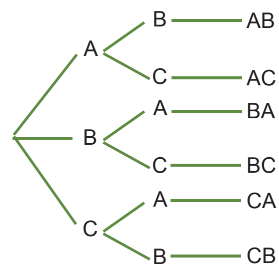
Menggunakan Rumus Permutasi

Dari himpunan huruf $\{A, B, C\}$, berapa banyak permutasi dua huruf dari himpunan huruf tersebut? Selesaikan dengan

a. diagram pohon;
b. aturan perkalian;
c. rumus permutasi.

Penyelesaian:

a.



Dari gambar terlihat ada 6 permutasi 2 huruf dari 3 huruf.

b. Misalkan, n_1 adalah banyaknya pengisian posisi kesatu, n_2 adalah banyaknya pengisian posisi kedua. Dituliskan
n_1 dapat dilakukan dengan 3 cara,
n_2 dapat dilakukan dengan 2 cara, dan
Dengan menggunakan aturan perkalian, diperoleh
$n_1 \times n_2 = 3 \times 2 = 6$ permutasi 2 huruf dari 3 huruf.

c.
$$P(3, 2) = \frac{3}{(3-2)!}$$
$$= \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = 6$$

Diperoleh 6 permutasi 2 huruf dari 3 huruf.

Ketiga cara tersebut menghasilkan jawaban yang sama. Cara manakah yang Anda anggap lebih mudah? Berikan alasannya.

Soal Menantang

Dari tiga huruf *A*, *B*, *C*, dan tiga angka 1, 2, 3 akan dibuat pelat nomor motor yang dimulai dengan satu huruf, diikuti dua angka, dan diakhiri dengan satu huruf. Oleh karena khawatir tidak ada yang mau memakai, pembuat pelat nomor tidak diperbolehkan membuat pelat nomor yang memuat angka 13.
Banyaknya pelat nomor yang dapat dibuat adalah ....

a. 11
b. 27
c. 45
d. 54
e. 72

UM-UGM, 2003

Contoh Soal 2.7

Membentuk Bilangan Berbeda dengan Permutasi

Tersedia angka-angka 1, 2, 3, 5, 7.

a. Berapa banyak bilangan puluhan ribu dapat dibuat dari angka-angka tersebut tanpa ada angka yang diulang?
b. Berapa banyak bilangan ribuan dapat dibuat dari angka-angka tersebut tanpa ada angka yang diulang?
c. Berapa banyak bilangan ratusan yang lebih dari 300 yang dapat dibuat dari angka-angka tersebut tanpa ada angka yang diulang?

Penyelesaian:

a. Bilangan puluhan ribu adalah bilangan dari 10.000 sampai dengan 99.999. Jelas bahwa bilangan puluhan ribu terdiri atas 5 angka. Dengan demikian, masalahnya adalah mengambil lima angka dari lima angka yang tersedia.

Perhatikan, bilangan 12.357 ≠ bilangan 13.257. Ini adalah kasus permutasi, karena urutan yang berbeda memberikan hasil yang berbeda. Dengan demikian, banyak bilangan puluhan ribu yang dapat dibuat adalah

$$\begin{aligned} P(5, 5) &= 5! \\ &= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 120 \end{aligned}$$

b. Bilangan ribuan adalah bilangan dari 1.000 sampai dengan 9.999. Jelas bahwa bilangan ribuan terdiri atas 4 angka. Dengan demikian, masalahnya adalah mengambil empat angka dari lima angka yang tersedia. Dengan demikian, banyak bilangan ribuan yang dapat dibuat adalah permutasi 5 elemen diambil 4 elemen atau $P(5, 4)$ diberikan oleh

$$\begin{aligned} P(5, 4) &= \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} \\ &= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 120 \end{aligned}$$

c. Bilangan ratusan (terdiri atas 3 angka) yang lebih dari 300 hanya bisa diperoleh jika tempat pertama bilangan ratusan tersebut adalah 3, 5, atau 7.

angka pertama	angka kedua	angka ketiga
3	–	–
5	–	–
7	–	–

Angka pertama diisi angka 3, dua angka lainnya dapat diisi oleh angka-angka 1, 2, 5, dan 7. Banyak bilangan yang bisa diperoleh adalah permutasi 2 elemen dari 4 elemen atau $P(4, 2)$, yaitu

$$P(4, 2) = \frac{4!}{2!} = 12$$

Untuk angka pertama 5 atau 7 juga diperoleh banyak bilangan $= P(4,2)$. Jadi, banyak bilangan ratusan > 300 adalah

$$\begin{aligned} 3 \times P(4, 2) &= 3 \times 12 \\ &= 36 \end{aligned}$$

Contoh Soal 2.8

Masalah Urutan Duduk yang Diselesaikan dengan Permutasi

Lima putra dan tiga putri duduk berderet pada 8 kursi kosong, sesuai dengan 8 lembar karcis bioskop yang mereka miliki. Berapa banyak cara duduk yang diperoleh dengan urutan berbeda jika

Solusi

Empat pasang suami-istri membeli karcis untuk 8 kursi yang sebaris pada suatu pertunjukan. Dua orang akan duduk bersebelahan hanya jika keduanya pasangan suami istri atau berjenis kelamin sama. Berapa banyakkah cara menempatkan keempat pasang suami-istri itu pada ke-8 kursi tersebut?

Penyelesaian:
Misalkan, indeks 1 untuk pria dan 2 untuk wanita. Pengisian 8 kotak yang sesuai dengan persyaratan adalah

A_1	A_2	B_2	B_1	C_1	C_2	D_2	D_1

Pasangan suami-istri dianggap 1 elemen sehingga terdapat 4 elemen yang dapat saling bertukar posisi.

Banyak cara $= P(4, 4)$
$= 4! = 24$.

Posisi pengisian kotak tersebut bisa juga dibalik

A_1	A_2	B_1	B_2	C_2	C_1	D_1	D_2

Jadi, total ada
2 × 24 = 48 cara.

Seleksi Tingkat Provinsi Olimpiade Matematika Indonesia, Juni 2002

a. putra dan putri dapat duduk di sembarang kursi;
b. putra dan putri masing-masing duduk berkelompok sehingga hanya sepasang putra dan putri yang dapat duduk berdampingan?

Penyelesaian:

a. Terdapat 8 orang yang menempati 8 kursi dimana perbedaan urutan duduk memberikan hasil yang berbeda. Ini adalah masalah permutasi 8 elemen dari 8 elemen atau $P(8, 8)$, diberikan oleh
$P(8, 8) = 8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40.320$

b. Pada masalah ini, 5 orang putra duduk pada 5 kursi tertentu dan pertukaran duduk hanya boleh pada ke 5 kursi tersebut. Banyak cara duduk putra adalah $P(5, 5)$.
Demikian juga 3 putri duduk pada 3 kursi tertentu dan pertukaran duduk di antara mereka hanya boleh pada ke 3 kursi ini. Banyak cara duduk putri adalah $P(3, 3)$.
Dengan demikian, banyak cara duduk 5 putra dan 3 putri yang masing-masing mengelompok adalah

$$\begin{aligned} P(5, 5) \times P(3, 3) &= 5! \times 3! \\ &= (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) \\ &= 120 \times 6 = 720 \end{aligned}$$

4. Kombinasi

Misalkan, Anda membeli 5 cat yang berwarna merah (M), kuning (K), hijau (H), biru (B), dan ungu (U). Anda ditugaskan mencampur tiga warna cat. Berapa banyak kombinasi warna yang diperoleh?

Pada pencampuran tiga warna cat tersebut, hasil warna yang diperoleh pada campuran MKH sama saja dengan hasil warna yang diperoleh pada campuran MHK atau campuran HKM, sehingga $MKH = MHK = HKM$. Suatu susunan yang terdiri atas r elemen, yang diambil dari n elemen, tanpa menghiraukan urutannya, disebut suatu *kombinasi*. Dalam hal ini, kombinasi mempunyai pengertian yang mirip dengan himpunan bagian beranggota r dari suatu himpunan dengan anggota n. Jadi, pada contoh tersebut MKH, HKM, dan MHK adalah kombinasi yang sama, tetapi 3 permutasi yang berbeda. Hasil yang diperoleh pada proses pencampuran warna-warna cat yang berbeda termasuk dalam masalah *kombinasi*. Berbeda dengan permutasi, dalam kombinasi urutan elemen-elemen tidak penting.

Kombinasi *r* elemen dari *n* elemen

Kombinasi r elemen dari suatu himpunan yang terdiri atas n elemen berbeda adalah suatu susunan r elemen yang merupakan himpunan bagian dari himpunan yang terdiri atas n elemen tersebut.

Solusi

Dari sekelompok remaja terdiri atas 10 pria dan 7 wanita, dipilih 2 pria dan 3 wanita maka banyaknya cara pemilihan adalah ...

a. 1557 d. 5715
b. 1575 e. 5175
c. 1595

Penyelesaian:
Pilih 2 pria dari 10 pria
= $C(10,2)$.
Pilih 3 wanita dari 7 wanita
= $C(7,3)$.
Banyaknya cara
= $C(10,2) \times C(7,3)$

$$= \frac{10!}{2!8!} \times \frac{7!}{3!4!}$$

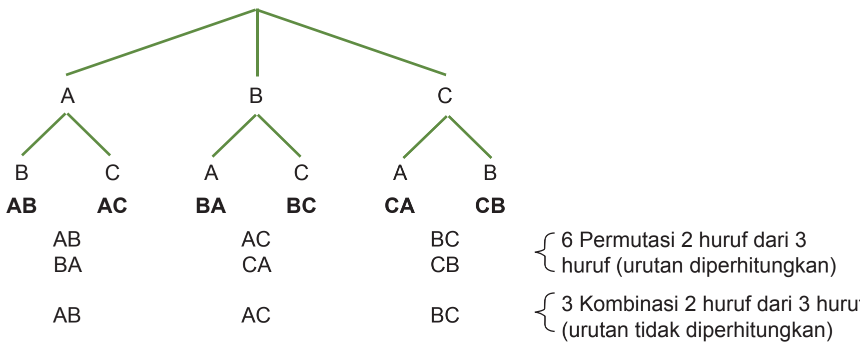
$$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 8!} \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 4!}$$

$= 45 \times 35 = 1575$

Jawaban: b
Soal UMPTN 2000

Bersama teman sebangku, coba Anda sebutkan contoh-contoh kasus dalam kehidupan sehari-hari yang termasuk kombinasi.

Sekarang, perhatikan kembali masalah proses pencampuran 3 warna cat dari 5 warna cat yang tersedia. Masalah ini disebut sebagai kombinasi 3 elemen dari 5 elemen, diberi notasi $C(5, 3)$. Untuk mengetahui berapa banyak kombinasi warna yang diperoleh, pelajari kembali Contoh Soal 2.6a. Pada contoh tersebut, Anda diberi himpunan huruf $\{A, B, C\}$ dan memperoleh banyak permutasi 2 huruf dari 3 huruf dengan *diagram pohon*. Coba Anda amati gambar berikut.



Dari gambar tersebut, tampak banyaknya kombinasi kurang dari banyaknya permutasi. Satu himpunan bagian pada kombinasi berpadanan dengan sepasang pada permutasi.

Misalkan, banyak kombinasi tersebut adalah $C(3, 2)$. Anda sudah tahu bahwa permutasi 2 huruf dari 3 huruf adalah $P(3, 2)$. Hasil $P(3, 2)$ dapat diperoleh dengan menggunakan cara berikut.

Tahap 1: Memperoleh himpunan bagian yang anggotanya 2 huruf. Banyaknya cara adalah $C(3, 2)$.

Tahap 2: Menyusun himpunan bagian banyaknya ada 2! cara. Gabungan tahap 1 dan 2 menghasilkan permutasi 2 huruf dari 3 huruf. Jadi,

$$P(3, 2) = C(3, 2) \times 2!$$

$$C = (3,2) = \frac{P(3,2)}{2!} = \frac{\frac{3!}{(3-2)}}{2!} = \frac{3!}{2!(3-2)}$$

$$= \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot 1} = 3$$

Dengan demikian, ada 3 macam kombinasi warna yang dapat diperoleh dengan mencampur 3 cat dari 5 cat yang tersedia.

Dengan cara yang sama, banyaknya kombinasi r elemen dari n elemen dengan $0 \leq r \leq n$, diberi notasi $C(n, r)$, sebagai berikut.

$$P(n, r) = C(n, r) \times r!$$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = C(n, r) \times r!$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Banyak Kombinasi *r* Elemen dari *n* Elemen

Banyaknya kombinasi r elemen dari n elemen dinotasikan $C(n, r)$ diberikan oleh

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \text{ dengan } 0 \leq r \leq n$$

Contoh Soal 2.9

Menghitung Kombinasi $C(n,r)$

Hitunglah kombinasi berikut.

a. $C(8, 4)$

b. $C(n, 4)$

c. $\dfrac{C(5, 3)}{C(10, 3)}$

Penyelesaian:

a. $C(8, 4) = \dfrac{8!}{4!(8-4)!}$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4}!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times \cancel{4}!} = 70$$

Anda dapat menggunakan kalkulator *scientific* untuk menghitung $C(8, 4)$ dengan menekan tombol-tombol yang diperlihatkan pada Gambar 2.4 secara berurutan.

8 SHIFT *nCr* 4 =

Gambar 2.4

Tombol-tombol yang ditekan pada kalkulator untuk menghitung $C(8, 4)$. Hasil yang tampak pada layar kalkulator adalah **70**.

b. $C(n, 4) = \dfrac{n!}{4!(n-4)!}$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{4 \times 3 \times 2 \times 1(n-4)!}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$$

c. $$\frac{C(5, 3)}{C(10, 3)} = \frac{\dfrac{5!}{3!(5-3)!}}{\dfrac{10!}{3!(10-3)!}} = \frac{5!}{\cancel{3}!2!} \times \frac{\cancel{3}!7!}{10!}$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} \times \frac{7!}{10 \times 9 \times 8 \times 7!}$$

$$= \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$$

Periksalah hasil-hasil ini dengan menggunakan kalkulator.

Contoh Soal 2.10

Masalah-Masalah yang Dapat Diselesaikan dengan Cara Kombinasi

a. Seorang siswa diminta mengerjakan 8 soal dari 10 soal, tetapi soal nomor 1 sampai dengan 5 harus dikerjakan. Berapa banyak pilihan yang dapat diambil siswa tersebut?

b. Dari 4 siswa putra dan 5 siswa putri akan dipilih empat orang pengurus koperasi. Berapa banyak pilihan berbeda yang dapat diperoleh jika setiap siswa memiliki kesempatan sama untuk terpilih?

c. Dari soal b, tentukan banyaknya pilihan berbeda yang dapat diperoleh jika dipilih 2 siswa putra dan 2 siswa putri?

Penyelesaian:

a. Siswa diminta mengerjakan 8 soal, artinya ada 8 tempat yang harus diisi. Nomor 1 sampai dengan 5 harus dikerjakan. Jadi, 5 tempat sudah terisi oleh nomor 1 sampai dengan nomor 5. Ditetapkan saja 5 tempat kelima, seperti ditunjukkan berikut ini.

$\underline{1}\quad \underline{2}\quad \underline{3}\quad \underline{4}\quad \underline{5}\quad \_\quad \_\quad \_$

Masih ada 3 tempat kosong yang dapat diisi oleh soal nomor 6, 7, 8, 9, dan 10. Perhatikan bahwa untuk mengisi ketiga tempat kosong tersebut dengan soal nomor 6, 7, 8 atau 8, 7, 6 sama saja. Urutan yang berbeda memberikan hasil yang sama. Masalah ini disebut *kombinasi*. Dalam masalah ini, ketiga tempat kosong dapat diisi oleh lima nomor. Banyaknya pilihan untuk kombinasi 3 elemen dari 5 elemen atau $C(5, 3)$ diberikan oleh

$$C(5, 3) = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!}$$
$$= \frac{5 \times 4 \times \cancel{3}!}{\cancel{3}! \times 2 \times 1} = \frac{20}{2} = 10$$

b. Setiap siswa memiliki kesempatan sama untuk terpilih, artinya dipilih 4 siswa dari 9 siswa yang ada, misalnya siswa yang dipilih adalah A, B, C, dan D sehingga pilihan (A, B, C, D) sama saja dengan pilihan (B, C, D, A). Dengan kata lain, urutan memilih tidak penting. Masalah tersebut diselesaikan dengan *kombinasi***.**

Banyak pilihan untuk memilih 4 siswa dari 9 siswa yang ada merupakan kombinasi 4 elemen dari 9 elemen atau $C(9, 4)$ yaitu

$$C(9, 4) = \frac{9!}{4!(9-4)!}$$
$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6} \times \cancel{5}!}{4 \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1 \times \cancel{5}!}$$
$$= \frac{9 \times 8 \times 7}{4} = 126$$

c. Perhatikan dalam pemilihan 2 siswa putra dari 4 siswa putra dan 2 siswa putri dari 5 siswa putri, urutan memilih juga tidak penting.

Solusi

Suatu pertemuan dihadiri oleh 150 orang undangan. Apabila mereka saling berjabat tangan, banyak jabat tangan yang terjadi dalam pertemuan itu adalah ....

a. 25 **d.** 157
b. 30 **e.** 210
c. 105

Penyelesaian:

- A jabat B = B jabat A. Ini adalah masalah kombinasi
- Dari 15 orang, jabat tangan melibatkan 2 orang. Jadi, banyak jabat tangan

$= C(15,2)$

$= \dfrac{15!}{2!(15-2)!}$

$= \dfrac{15 \times 14 \times \cancel{13!}}{2(13)!}$

$= 105$

Jawaban: c

Ebtanas 2000

Soal Menantang

Banyaknya cara memilih permainan bulu tangkis ganda putri dari 7 pemain inti putri adalah ....

a. 14
b. 21
c. 28
d. 42
e. 49

Ebtanas 1999

Banyak pilihan untuk memilih 2 siswa putra dari 4 siswa yang ada adalah masalah kombinasi 2 elemen dari 4 elemen atau $C(4, 2)$.
Banyak pilihan untuk memilih 2 siswa putri dari 5 siswa putri yang ada adalah masalah kombinasi 2 elemen dari 5 elemen atau $C(5, 2)$.
Sesuai dengan aturan perkalian, banyak pilihan berbeda untuk memilih
2 siswa putra dan 2 siswa putri adalah:

$$C(4, 2) \times C(5, 2) = \frac{4!}{2!(4-2)!} \times \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

$$= \frac{\cancel{4} \times 3 \times \cancel{2}!}{\cancel{2} \times \cancel{2}!} \times \frac{5 \times 4 \times \cancel{3}!}{\cancel{2} \times \cancel{3}!}$$

$$= 3 \times 5 \times 4 = 60$$

Periksalah hasil-hasil yang diperoleh dari contoh soal a, b, c dengan menggunakan kalkulator.

5. Permutasi dengan Pengulangan

Urutan adalah hal yang penting dalam permutasi. Bagaimana jika terdapat beberapa elemen yang sama?

Misalkan, Anda akan menghitung permutasi dari huruf A, A, A, B, B, C, D. Banyak permutasi 7 huruf adalah $P(7, 7) = \mathbf{7!}$. Akan tetapi, tidak semua susunan menghasilkan permutasi yang berbeda, karena terdapat 3 huruf A yang sama dan 2 huruf B yang sama. Dengan demikian, tentu permutasi dari ketujuh huruf tersebut akan kurang dari **7!**.

Bagaimanakah cara menentukan banyak permutasi dalam kasus seperti ini? Untuk mengetahuinya, lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 2.1

Menemukan Rumus Umum Permutasi dengan Pengulangan

Lakukan dan diskusikan kegiatan ini secara berkelompok. Tuliskan hal-hal penting dari kegiatan ini di buku latihan Anda. Kemudian, presentasikan hasilnya di depan kelas.

Masalah:
Permutasi dengan pengulangan, yakni menentukan banyaknya susunan yang berbeda dengan menggunakan 7 huruf, yaitu A, A, A, B, B, C, D.

Langkah Kerja:

1. Untuk membuat setiap susunan huruf yang terdiri atas 7 huruf yaitu 3 huruf A, 2 huruf B, 1 huruf C, dan 1 huruf D, anggaplah Anda harus mengisi 7 kotak berikut dengan ketujuh huruf tersebut.

ke-	1	2	3	4	5	6	7

2. Proses untuk membentuk sebuah susunan huruf harus melalui tahapan berikut.
Tahap 1: mengisi kotak dengan 3 huruf A.
Tahap 2: mengisi kotak dengan ... huruf ....
Tahap 3: mengisi kotak dengan ... huruf ....
Tahap 4: mengisi kotak dengan ... huruf ....

Tahap 1 adalah masalah kombinasi, yang dapat dikerjakan dalam $C(7,3)$ cara. Selanjutnya, masih ada sisa ... kotak untuk diisi sehingga **Tahap 2** dapat dikerjakan dalam $C(..., ...)$ cara. Selanjutnya, masih ada sisa 2 kotak untuk diisi sehingga **Tahap 3** dapat dikerjakan dalam $C(..., ...)$ cara. Sekarang, sisa 1 kotak lagi yang belum diisi sehingga **Tahap 4** dapat dikerjakan dalam $C(..., ...)$ cara.

3. Dengan menggunakan aturan perkalian, diperoleh banyak susunan huruf yang mungkin, yaitu
   $C(..., ...) \times C(..., ...) \times C(..., ...) \times C(..., ...)$
4. Dengan memisalkan jumlah total huruf = n, banyak huruf $A = r_1$, banyak huruf $B = r_2$, banyak huruf $C = r_3$, dan banyak huruf $D = r_4$ maka banyak susunan huruf yang mungkin adalah
   $C(n, r_1) \times C(n - r_1, r_2) \times C(n - r_1 - r_2, r_3) \times C(n - r_1 - r_2 - r_3, r_4)$
   Uraikan perkalian ini sesuai dengan rumus kombinasi sehingga diperoleh *banyak susunan huruf yang mungkin* dalam bentuk yang paling sederhana.
   Hasil: $\dfrac{n!}{r_1!r_2!r_3!r_4!}$
5. Hasil yang Anda peroleh di sini adalah rumus untuk menentukan banyak susunan yang mungkin dari 7 huruf, yaitu A, A, A, B, B, C, D, yang elemen-elemennya ada yang berulang (permutasi dengan pengulangan).

Setelah melakukan langkah-langkah kerja tersebut, Anda dapat menentukan banyak susunan yang mungkin dari huruf-huruf A, A, A, B, B, C, D, yaitu

$$\boxed{\frac{n!}{r_1!r_2!r_3!r_4!} = \frac{...!}{...!\,...!\,...!\,...!} = ...}$$

Rumus permutasi dengan pengulangan yang Anda peroleh pada Kegiatan 2.1 tersebut dapat diperluas dengan memisalkan suatu himpunan yang beranggotakan n elemen memiliki sejumlah r_1 elemen jenis pertama yang sama, r_2 elemen jenis kedua yang sama, r_3 elemen jenis ketiga yang sama, ..., dan r_k elemen jenis ke-k yang sama, dengan $r_1 + r_2 + ... + r_k \leq n$.

Dengan demikian, diperoleh rumus umum permutasi dengan pengulangan, yaitu sebagai berikut.

Rumus Umum Permutasi dengan Pengulangan

Banyak permutasi berbeda dari n elemen yang ditulis $P(n, r_1, r_2, ..., r_k)$, diberikan oleh

$$P(n, r_1, r_2, ..., r_k) = \frac{n!}{r_1!r_2!...r_k!}$$

Anda akan dapat menggunakan rumus tersebut dengan mempelajari contoh soal berikut.

Contoh Soal 2.11

Menghitung Permutasi dengan Pengulangan

Jika huruf-huruf pada kata “BOROBUDUR” dipertukarkan, berapa banyak susunan huruf berbeda yang dapat diperoleh?

> **Teka-teki Matematika**
>
> Reuni 10 tahun Kelas XII Bahasa 3 baru saja berlangsung. Robi yang sangat ingin mengikuti reuni ini terpaksa membatalkan pada saat terakhir karena harus rapat dengan teman bisnisnya di Jerman. Dalam *sms*-nya kepada sahabat karibnya Nyoman, Robi menanyakan berapa yang hadir di reuni tersebut. Dalam *sms* balasannya, Nyoman menghitung ada 300 jabat tangan yang terjadi. Berapa orangkah yang hadir dalam reuni tersebut?

Penyelesaian:
Pada kata BOROBUDUR terdapat 9 huruf dengan huruf B diulang 2 kali, huruf O diulang 2 kali, huruf R diulang 2 kali, dan huruf U diulang 2 kali. Banyaknya susunan huruf berbeda yang diperoleh diberikan oleh rumus berikut.

$$\begin{aligned} P(9, 2, 2, 2, 2) &= \frac{9!}{2!2!2!2!} \\ &= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1)(2 \times 1)(2 \times 1)} \\ &= 22.680 \end{aligned}$$

Mari mengakhiri pembahasan tentang kaidah pencacahan yang meliputi aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi ini dengan mengajukan pertanyaan berikut. Manakah yang harus digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah pencacahan, aturan perkalian, rumus permutasi, atau rumus kombinasi?

Untuk menjawab pertanyaan itu, diberikan penuntun sebagai berikut.

> **Penuntun untuk Menyelesaikan Masalah Pencacahan**
>
> **1.** Aturan perkalian selalu dapat digunakan, tetapi bukan merupakan cara paling mudah untuk digunakan.
>
> **2.** Ketika membaca soal, tanyakan pada diri Anda "Apakah urutan memilih adalah penting?" Jika jawabannya ya, banyak cara memilih diselesaikan dengan rumus *permutasi*. Jika jawabannya tidak, banyak cara memilih diselesaikan dengan rumus *kombinasi*.

Dengan menggunakan kalimat Anda sendiri, coba tuliskan perbedaan antara permutasi dan kombinasi.

Uji Kemampuan 2.1

Kerjakan soal-soal berikut di buku latihan Anda.

1. Berapa banyak kata sandi yang terdiri atas 4 huruf dapat dibentuk dari 8 huruf pertama dalam abjad jika:
   a. tidak ada huruf yang boleh diulang;
   b. huruf-huruf boleh diulang;
   c. hanya huruf pertama yang tidak boleh diulang?

2. Hitunglah nilainya.
   a. $\frac{12!}{8!}$
   b. $\frac{9!}{3!7!}$
   c. $\frac{92!}{89!}$
   d. $\frac{16!}{12!5!}$

3. Hitunglah notasi-notasi permutasi berikut. Kemudian, periksa hasilnya dengan menggunakan kalkulator.

a. $P(10, 7)$ c. $P(15, 13)$
b. $P(10, 10)$ d. $P(17, 7)$

4. Berapa banyak susunan huruf berbeda yang dapat dibuat jika letak huruf dalam kata-kata berikut ditukar?
   a. toraja c. mississippi
   b. pancasila d. matematika
5. Hitunglah kombinasi berikut. Kemudian, periksa hasilnya dengan menggunakan kalkulator.
   a. $C(7, 4)$ d. $C(45, 43)$
   b. $C(9, 4)$ e. $C(20, 17)$
   c. $C(7, 7)$ f. $C(12, 3) \times C(8, 2)$
6. Gunakan diagram pohon untuk mendaftar semua hasil yang mungkin diperoleh dalam pelemparan tiga keping uang logam secara bersamaan. Berapakah banyak hasil berbeda yang mungkin Anda peroleh?
7. Berapa banyak hasil yang mungkin diperoleh dalam percobaan melempar
   a. sekeping uang logam sebanyak 6 kali berturut-turut;
   b. dadu sebanyak 6 kali berturut-turut.

Soal-Soal Aplikasi

8. Dalam pemilihan murid teladan, suatu sekolah menyediakan calon yang terdiri atas 4 orang putra dan 3 orang putri. Akan dipilih sepasang murid teladan yang terdiri atas seorang putra dan seorang putri. Berapa banyak pasangan yang mungkin terpilih?
9. Satu baris kursi terdiri atas 5 buah kursi. Berapa banyak susunan duduk yang mungkin untuk 2 orang?
   a. Selesaikan dengan menggunakan diagram pohon.
   b. Selesaikan dengan menggunakan aturan perkalian.
10. Lima orang pria membeli 5 karcis bioskop. Berapa banyak cara dengan urutan berbeda mereka dapat duduk pada 5 kursi berderet yang tersedia?
11. Dari 8 orang calon pelajar teladan di suatu daerah akan dipilih 3 orang pelajar teladan I, II, dan III. Hitung berapa cara susunan pelajar yang mungkin akan terpilih sebagai teladan I, II, dan III.
12. Seorang kandidat Presiden hanya dapat mengunjungi empat provinsi dari delapan provinsi yang ingin dikunjunginya. Berapa banyak cara dengan urutan berbeda, ia dapat mengunjungi provinsi-provinsi tersebut?
13. Enam putra dan 2 putri duduk pada 8 kursi berderet yang tersedia. Berapa banyak cara duduk dengan urutan berbeda, jika
    a. mereka dapat duduk di sembarang tempat;
    b. putri harus duduk di ujung;
    c. putra harus duduk di ujung?
14. Dari 7 orang pemain bulutangkis, akan dibentuk pasangan ganda. Berapa banyaknya pasangan ganda yang dapat dibentuk?
15. Di suatu pabrik tekstil terdapat 8 orang satpam. Tiap hari pabrik itu dijaga oleh 3 orang satpam secara bergiliran dan berlainan pasangan. Berapa banyak pasangan yang mungkin dibentuk?
16. Pada saat pertemuan, setiap orang berjabat tangan satu sama lain. Jika ada 105 kali jabat tangan. Berapa banyak orang yang hadir dalam pertemuan ini?
17. Di sebuah toko buku, seseorang membeli 10 buku yang terdiri atas 2 buku tentang politik, 3 buku tentang agama, dan 5 novel. Di toko tersebut tersedia 5 buku tentang politik, 7 buku tentang agama, dan 8 novel. Tentukan banyak cara untuk memilih buku tersebut.
18. Suatu dewan perwakilan rakyat terdiri atas 20 wakil partai A, 50 wakil partai B, dan 30 wakil partai C. Berapa banyak cara agar kita dapat membentuk komisi yang terdiri atas 4 wakil partai A, 10 wakil partai B, dan 6 wakil partai C?
19. Seorang murid diminta mengerjakan 8 dari 13 soal ulangan tetapi soal nomor 1 dan 2 harus dipilih. Tentukan banyak pilihan yang dapat diambil murid tersebut.
20. Suatu merek sepatu dibuat dalam 5 model yang berlainan dan setiap model tersedia dalam 4 warna yang berlainan. Jika sebuah toko ingin memamerkan merek sepatu ini secara lengkap, berapa pasang sepatu yang harus dipamerkan?

Soal Terbuka

1. Untuk menentukan banyaknya hasil yang mungkin dari pengetosan dua buah dadu, Anda dapat menggunakan cara tabel atau diagram pohon. Cara manakah yang menurut Anda lebih mudah? Berikan alasan Anda.
2. Coba Anda jelaskan perbedaan permutasi dan kombinasi. Berikan contoh untuk memperjelas alasan Anda.

B. Peluang Kejadian

1. Percobaan, Ruang Sampel, dan Kejadian

Pada bagian sebelumnya, Anda telah melakukan percobaan mengetos uang logam dan melempar dadu. Apa yang dimaksud dengan percobaan? Berikut ini adalah definisi percobaan dan hasil percobaan.

Definisi Percobaan dan Hasil Percobaan

Percobaan adalah suatu kegiatan yang memberikan suatu hasil yang dapat diamati. Hasil yang diamati dalam suatu percobaan disebut hasil percobaan.

Himpunan dari semua hasil yang mungkin untuk suatu percobaan disebut *ruang sampel*. Ruang sampel diberi notasi S, yang merupakan singkatan dari "*sampel*". Adapun banyaknya ruang sampel dinotasikan dengan $n(S)$. Untuk percobaan mengetos uang logam, ruang sampel dan banyaknya ruang sampel dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\boxed{S = \{G, A\}, \text{ dengan } n(S) = 2}$$

Adapun ruang sampel dan banyaknya ruang sampel untuk percobaan mengetos sebuah dadu dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\boxed{S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \text{ dengan } n(S) = 6}$$

Setiap elemen dalam ruang sampel S disebut titik sampel. Titik-titik sampel untuk percobaan mengetos uang logam adalah G dan A. Adapun titik-titik sampel untuk percobaan mengetos dadu adalah 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 2.12 berikut.

Tokoh Matematika

Blaise Pascal
(1623 – 1662)

Pada pertengahan abad ke–17, **Blaise Pascal** (1623 – 1662) dan Pierre de Fermat (1601 – 1665) melakukan penelitian mengenai teori peluang (*Teori Probabilitas*). Penelitian ini dilakukan atas anjuran dari tokoh-tokoh tertentu yang berkecimpung dalam dunia permainan judi. Walaupun teori peluang mula-mula diaplikasikan untuk menentukan peluang memenangkan suatu permainan judi, saat ini teori peluang justru telah menjadi suatu alat penting dalam berbagai bidang seperti rekayasa, meteorologi, asuransi, operasi-operasi bisnis, dan ilmu pengetahuan eksperimental.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika dan Peradaban Manusia*, 2002

Contoh Soal 2.12

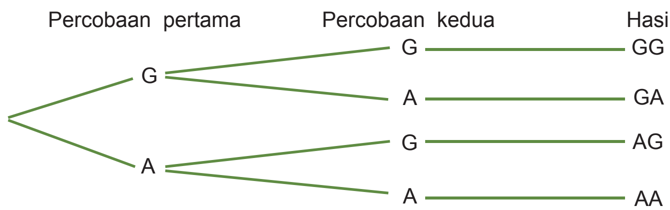
Menentukan Ruang Sampel dari Suatu Percobaan

a. Tentukan ruang sampel pada percobaan mengetos dua keping uang logam.

b. Sebuah dadu dan sekeping uang logam ditos secara berurutan. Tentukan ruang sampelnya.

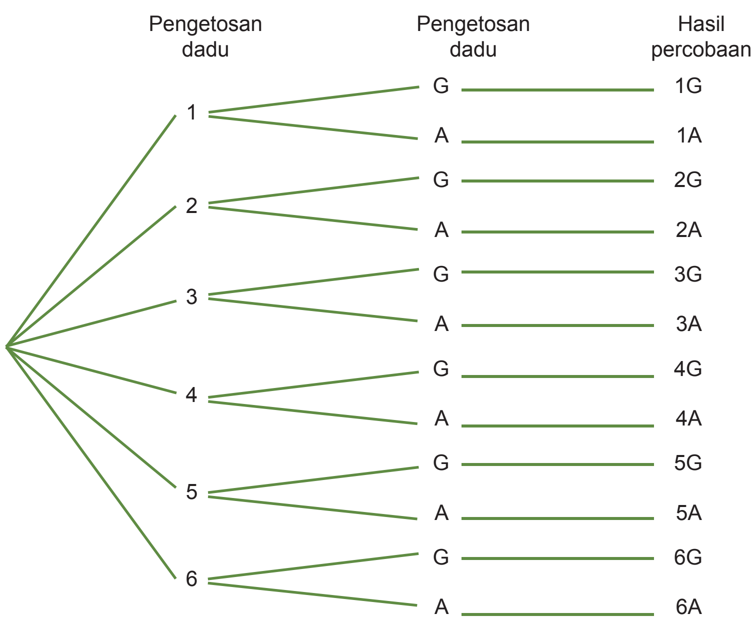
Penyelesaian:

a. Diagram pohon untuk percobaan mengetos dua uang logam terlihat sebagai berikut.



Dengan demikian, ruang sampelnya adalah $S = \{GG, GA, AG, AA\}$.

b. Diagram pohon untuk percobaan mengetos dadu dan kemudian uang logam terlihat sebagai berikut.

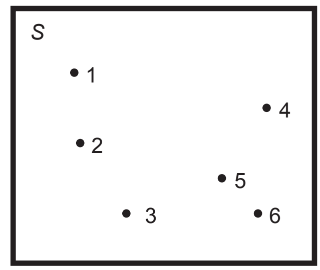


Dengan demikian, ruang sampelnya adalah
$S = \{1G, 1A, 2G, 2A, 3G, 3A, 4G, 4A, 5G, 5A, 6G, 6A\}$.

Suatu kejadian didefinisikan sebagai suatu himpunan bagian dari suatu ruang sampel. Kejadian diberi notasi E, diambil dari kata "*event*". Gambar 2.6 menunjukkan hubungan antara kejadian dan ruang sampel.

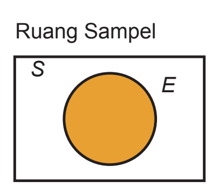
Catatan

GG berarti muncul dua sisi gambar, *GA* atau *AG* berarti muncul sisi gambar dan sisi angka, dan *AA* berarti muncul dua sisi angka.



Gambar 2.5

Titik-titik sampel untuk percobaan mengetos dadu.



Gambar 2.6

Kejadian E adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel S.

Sebelumnya, Anda telah mempelajari bagaimana menentukan ruang sampel pada pengetosan dua keping uang logam. Pada ruang sampel tersebut, Anda dapat mendefinisikan beberapa kejadian berikut.

E_1 : Muncul paling sedikit satu sisi gambar, dinyatakan dengan $\{GA, AG, GG\}$.

E_2 : Muncul paling sedikit satu sisi angka, dinyatakan dengan $\{GA, AG, AA\}$.

E_3 : Muncul sisi gambar dan sisi angka, dinyatakan dengan $\{GA, AG\}$.

E_4 : Muncul dua sisi gambar, dinyatakan dengan $\{GG\}$.

E_5 : Muncul dua sisi angka, dinyatakan dengan $\{AA\}$.

Suatu kejadian yang hanya memiliki satu titik sampel disebut *kejadian sederhana*. Contohnya adalah E_4 : $\{GG\}$ dan E_5 : $\{AA\}$.

Suatu kejadian yang memiliki lebih dari satu titik sampel disebut *kejadian majemuk*. Contoh kejadian majemuk adalah $\{GA, AG, GG\}$, $\{GA, AG, AA\}$, dan $\{GA, AG\}$. Dapatkah Anda menentukan kejadian sederhana dan kejadian majemuk dari suatu percobaan pengetosan dua buah dadu? Diskusikan dengan teman sebangku Anda.

2. Peluang Suatu Kejadian

Dalam percobaan mengetos satu keping uang logam, hasil percobaan yang mungkin adalah muncul G atau A. Dalam suatu pengetosan, tidak dapat dipastikan apakah akan muncul G atau A. Untuk uang logam yang sempurna (homogen, simetris, dan tidak cacat) dapat diasumsikan bahwa kemungkinan muncul G atau A adalah *sama*. Untuk uang logam ditos sebanyak 100 kali, sisi G muncul kira-kira 50 kali.

Agar Anda lebih memahami pengertian peluang suatu kejadian, lakukan kegiatan berikut.

Kegiatan 2.2

Memahami Pengertian Peluang Suatu Kejadian

Lakukan dan diskusikan kegiatan ini secara berkelompok. Tuliskan hal-hal penting dari kegiatan ini di buku latihan Anda. Kemudian, presentasikan hasilnya di depan kelas.

1. Anda diminta memahami peluang suatu kejadian melalui percobaan pengetosan uang logam sebanyak 100 kali. Suruhlah anggota kelompok Anda secara serentak mengetos sekeping uang logam. Dengan demikian, untuk mengetos uang logam sebanyak 100 kali, cukup dilakukan dalam 25 tahap. Selanjutnya, catat hasilnya pada Tabel 2.2

Tabel 2.2

	Total Muncul Gambar	Total Pelemparan	$\frac{\text{Total Muncul Gambar}}{\text{Total Pelemparan}}$
1		4	
2		8	
3		12	
...		...	
25		100	

2. Perhatikan hasil pada kolom $\frac{\text{Total Muncul Gambar}}{\text{Total Pelemparan}}$
Apa yang Anda peroleh? Jika total pelemparan ditambah, bagaimana hasilnya? Jelaskan.

Dari Kegiatan 2.2, nilai $\frac{\text{Total Muncul Gambar}}{\text{Total Pelemparan}}$ dinamakan *frekuensi relatif* munculnya muka gambar. Jika total pelemparan ditingkatkan lagi maka frekuensi nilai relatif akan mendekati suatu bilangan tertentu, yaitu $\frac{1}{2}$. Nilai tertentu seperti inilah yang menjadi dasar dari teori peluang. Selalu diambil asumsi dasar bahwa kemungkinan muncul salah satu elemen dalam ruang sampel S adalah sama dengan kemungkinan muncul elemen lainnya. Uraian ini mengantarkan Anda pada definisi peluang berikut.

Definisi Peluang

Jika suatu kejadian E dapat terjadi dengan k cara, sedangkan semua kemungkinan dari hasil percobaan dapat terjadi dengan n cara maka peluang dari kejadian E, diberi notasi $P(E)$, adalah

$$P(E) = \frac{k}{n}$$

Jika digunakan notasi himpunan maka dapat diperoleh hasil-hasil sebagai berikut.

1. Jika S adalah ruang sampel dengan banyak elemen = $n(S)$ dan E adalah suatu kejadian dengan banyak elemen = $n(E)$ maka peluang kejadian E, diberi notasi $P(E)$, diberikan oleh
$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$
2. $0 \leq n(E) \leq n(S)$
$$\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(E)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)}$$ ketiga ruas dibagi $n(S)$, dengan $n(S) \neq 0$
$$0 \leq P(E) \leq 1$$
Persamaan tersebut menyatakan kisaran nilai peluang, yaitu suatu angka yang terletak di antara 0 dan 1.

3. $P(E) = 1$ adalah *kejadian pasti* karena kejadian ini selalu terjadi.

$P(E) = 0$ adalah *kejadian mustahil* karena kejadian ini tidak mungkin terjadi.

Untuk memudahkan Anda dalam menentukan nilai peluang dari suatu kejadian, sebaiknya ditempuh langkah-langkah sebagai berikut.

Langkah-langkah Menentukan Peluang Suatu Kejadian

1. Tuliskan ruang sampel dari percobaan yang dilakukan.
2. Tuliskan himpunan yang berhubungan dengan kejadian.
3. Tentukan nilai peluang suatu kejadian.

Solusi

Dari seperangkat kartu *bridge* diambil secara acak satu lembar kartu. Peluang terambilnya kartu bukan As adalah ....

a. $\frac{1}{52}$ d. $\frac{3}{13}$

b. $\frac{1}{13}$ e. $\frac{12}{13}$

c. $\frac{5}{52}$

Penyelesaian:

Banyak kartu = 52

Banyak kartu As = 4

Maka P(bukan As)

$= 1 - P(\text{As})$

$= 1 - \frac{4}{52} = \frac{12}{13}$

Jawaban: e

Soal UMPTN 2000

Contoh Soal 2.13

Menentukan Peluang Suatu Kejadian

Tiga belas kartu diberi angka 1, 2, 3,...,13. Kartu tersebut dikocok, kemudian diambil satu kartu secara acak. Berapa peluang

a. muncul kartu berangka prima;

b. muncul kartu berangka 14;

c. muncul kartu berangka tidak lebih dari 13?

Penyelesaian:

Ruang sampel dalam percobaan ini adalah angka-angka 1 sampai dengan 13.

$S = \{1, 2, 3, ..., 13\}$, dengan $n(S) = 13$

a. Kejadian E_1 muncul kartu berangka prima dapat ditulis sebagai $E_1 = \{2, 3, 5, 7, 11,13\}$ sehingga $n(E_1) = 6$

Peluang E_1 adalah

$$P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{6}{13}$$

b. Angka 14 bukanlah anggota dari S sehingga kejadian E_2, yaitu muncul angka 14 adalah himpunan kosong. Jadi, $n(E_2) = 0$. Akibatnya, peluang E_2 adalah $P(E_2) = \frac{n(E_2)}{S} = \frac{0}{13} = 0$ sehingga peristiwa itu disebut *kejadian mustahil*.

c. Kejadian E_3 muncul kartu berangka kurang dari atau sama dengan 13 dapat ditulis sebagai

$E_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,12,13\}$ sehingga $n(E_3) = 13$

$P(E_3) = \frac{n(E_3)}{S} = \frac{13}{13} = 1$ adalah *kejadian pasti*.

Contoh Soal 2.14

Menentukan Peluang Suatu Kejadian

Dalam percobaan mengetos dua dadu, tentukan peluang jumlah mata kedua dadu sebagai berikut.

a. 7

b. 10

Penyelesaian:

Dalam pembahasan subbab A pada Tabel 2.1 telah didaftar semua hasil yang mungkin dalam percobaan mengetos dua dadu. Anda dapat menggunakan diagram pohon untuk mendaftar semua hasil yang mungkin. Ruang sampel percobaan mengetos dua dadu terdiri atas 36 elemen pasangan terurut, yang dapat ditulis sebagai

$S = \{(1, 1), (1, 2), ..., (1, 6), (2, 1), (2, 2), ..., (2, 6), ... (6, 6)\}$, dengan $n(S) = 36$.

a. Kejadian muncul jumlah mata kedua dadu sama dengan 7 dapat dinyatakan dengan Tabel 2.3.

Kejadian muncul jumlah mata kedua dadu sama dengan 7, sebut E_1, dapat dinyatakan dengan himpunan pasangan terurut

$E_1 = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (5, 2), (6, 1)\}$, dengan $n(E_1) = 6$.

Peluang muncul jumlah mata kedua dadu sama dengan 7 adalah

$$P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b. Coba Anda daftarkan kejadian muncul mata kedua dadu sama dengan 10 ke dalam sebuah tabel. Kejadian muncul jumlah mata kedua dadu sama dengan 10, sebut E_2, adalah

$E_2 = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4),\}$, dengan $n(E_2) = 3$.

Peluang muncul jumlah mata kedua dadu sama dengan 10 adalah

$$P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

Tabel 2.3

Dadu 1	Dadu 2	Jumlah
1	6	7
2	5	7
3	4	7
4	3	7
5	2	7
6	1	7

3. Kejadian Majemuk

Dalam Subbab B.1, Anda telah memahami bahwa kejadian majemuk adalah suatu kejadian yang memiliki lebih dari satu titik sampel dalam S. Dalam subbab ini, Anda akan mempelajari peluang yang berhubungan dengan kejadian majemuk.

a. Peluang Komplemen Suatu Kejadian

Pada pelemparan sebuah dadu, berapa peluang kejadian muncul muka dadu bilangan genap? Seperti yang telah Anda pelajari, ruang sampel dari percobaan ini adalah $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

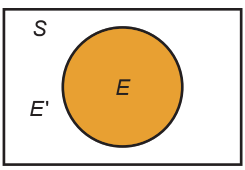
Misalkan, K kejadian muncul mata dadu bilangan genap, sehingga $K = \{2, 4, 6\}$ dan $n(K) = 3$. Jadi, peluang kejadian K adalah

$$\boxed{P(K) = \frac{n(K)}{n(S)} = \frac{3}{7}}$$

Sekarang, berapakah peluang kejadian muncul mata dadu bukan bilangan genap? Misalnya L adalah kejadian muncul mata dadu bukan bilangan genap. Dengan kata lain, L adalah kejadian muncul mata dadu bilangan ganjil. Akibatnya, $L = \{1, 3, 5, 7\}$, dengan $n(L) = 4$. Jadi, peluang kejadian L adalah

$$\boxed{P(L) = \frac{n(L)}{n(S)} = \frac{4}{7}}$$

Dari uraian ini, apa yang dapat Anda simpulkan? Agar Anda bisa menjawab pertanyaan ini, perhatikan diagram Venn pada Gambar 2.7. Kejadian E didefinisikan berada di dalam ruang sampel S. Semua kejadian di luar E tetapi masih di dalam ruang sampel S disebut komplemen dari kejadian E. Komplemen dari kejadian E dinotasikan E'.



Gambar 2.7

Diagram Venn kejadian E dan komplemennya (kejadian E')

Dalam gambar tampak bahwa banyak elemen kejadian E dan kejadian E' sama dengan banyak elemen ruang sampel. Dituliskan

$$n(E) + n\,(E') = n\,(S)$$

$$\frac{n(E)}{n(S)} + \frac{n(E')}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)}$$

$$P(E) + P(E') = 1$$

Peluang Komplemen Suatu Kejadian

Jumlah peluang suatu kejadian E dan kejadian komplemennya E' sama dengan satu. Dapat dituliskan
$P(E) + P(E') = 1$ atau $P(E') = 1 - P(E)$

Sekarang, coba Anda sebutkan 5 kejadian beserta komplemennya. Tentukan pula peluang kejadian komplemennya.

Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 2.15 berikut.

Contoh Soal 2.15

Peluang Komplemen Suatu Kejadian

Dua puluh kartu diberi angka 1, 2, 3, ..., 20. Kartu dikocok kemudian diambil satu kartu secara acak. Tentukan peluang bahwa kartu yang terambil adalah kartu bukan angka prima.

Penyelesaian:

Anda telah mengenal definisi bilangan prima. Untuk itu, akan lebih mudah bagi Anda untuk menghitung peluang terambilnya kartu prima, kemudian dicari komplemennya.

- Ruang sampel $S = \{1, 2, 3, ..., 20\}$ sehingga $n(S) = 20$.
- Kejadian terambil kartu prima, misalkan E, ditulis
  $E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ sehingga $n(E) = 8$.

Peluang terambil kartu prima, $P(E)$, adalah $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(S)} = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

Jadi, peluang terambil *bukan* kartu prima adalah

$$\begin{aligned} P(E') &= 1 - P(E) \\ &= 1 - \frac{2}{5} \\ &= \mathbf{\frac{3}{5}} \end{aligned}$$

b. Peluang Gabungan Dua Kejadian Saling Lepas

Coba Anda tos sebuah dadu. Apakah mungkin kejadian muncul mata dadu 4 berbarengan dengan kejadian muncul mata dadu 5?

Mata dadu 4 tidak dapat muncul secara bersamaan dengan kejadian muncul mata dadu 5. Dua kejadian seperti ini disebut kejadian yang saling lepas.

Bagaimana dengan kejadian muncul angka genap dan angka prima pada pengetosan sebuah dadu? Apakah saling lepas? Dua kejadian ini tidak saling lepas karena pada pengetosan sebuah dadu ada kemungkinan kejadian muncul angka genap bersamaan dengan kejadian muncul angka prima, yaitu ketika muncul mata dadu 2. Jika Anda menarik sebuah kartu dari satu set kartu, apakah dapat terjadi kejadian yang tidak saling lepas? Jelaskan dan berikan contohnya.

Perhatikan Gambar 2.8a dengan saksama. Gambar tersebut menunjukkan bahwa *dua kejadian A dan B saling lepas* jika keduanya tidak memiliki irisan, ditulis

$A \cap B = \varnothing$ atau $n(A \cap B) = 0$

Sebaliknya, *dua kejadian A dan B tidak saling lepas* jika keduanya memiliki irisan, seperti pada Gambar 2.8b, ditulis

$A \cap B \neq \varnothing$ atau $n(A \cap B) \neq 0$

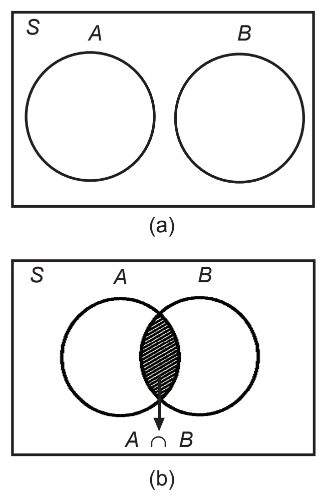
Sebelum merumuskan peluang gabungan dua kejadian yang saling lepas, terlebih dahulu Anda harus memahami penurunan rumus peluang gabungan dua kejadian A dan B, ditulis $P(A \cup B)$, sebagai berikut.

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} \quad \text{definisi peluang}$$

$$= \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} \quad \text{rumus } n(A \cup B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \quad \text{pemisahan pecahan}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{definisi peluang}$$



Gambar 2.8

(a) Dua kejadian saling lepas, $A \cap B = \varnothing$ atau $n(A \cap B) = 0$

(b) Dua kejadian tidak saling lepas, $A \cap B \neq \varnothing$ atau $n(A \cap B) \neq 0$

Anda telah mengetahui bahwa untuk A dan B dua kejadian saling lepas, berlaku $A \cap B = \varnothing$ atau $n(A \cap B) = 0$. Jadi, secara umum dapat dituliskan sebagai berikut.

Peluang Gabungan Dua Kejadian *A* atau *B*

1. Untuk kejadian A dan B saling lepas
   $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
2. Untuk kejadian A dan B tidak saling lepas
   $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Untuk lebih jelasnya, pelajari contoh soal berikut.

Contoh Soal 2.16

Peluang Gabungan Dua Kejadian Saling Lepas

Sebuah dadu merah dan sebuah dadu putih ditos bersamaan sebanyak satu kali. Berapa peluang muncul mata dadu berjumlah 3 atau 10?

Penyelesaian:

Telah diketahui sebelumnya, bahwa untuk percobaan mengetos dua buah dadu terdapat 36 hasil yang mungkin atau $n(S) = 36$.

Perhatikan Tabel 2.4. Kejadian muncul dadu berjumlah 3 dapat ditulis

$A = \{(1, 2), (2, 1)\}$ sehingga $n(A) = 2$.

Perhatikan Tabel 2.5. Kejadian muncul mata dadu berjumlah 10 dapat ditulis

$B = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$ sehingga $n(B) = 3$

A dan B tidak memiliki satupun elemen yang sama. Ini berarti bahwa A dan B adalah dua kejadian saling lepas sehingga peluang gabungan A atau B adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)}$$
$$= \frac{2}{36} + \frac{3}{36} = \frac{5}{36}$$

Jadi, peluang muncul mata dadu berjumlah 3 atau 10 adalah $\frac{5}{36}$.

Tabel 2.4

Dadu Merah	Dadu Putih
1	2
2	1

Tabel 2.5

Dadu Merah	Dadu Putih
4	6
5	5
6	4

Contoh Soal 2.17

Peluang Gabungan Dua Kejadian Tidak Saling Lepas

Dari satu set kartu *bridge*, diambil satu kartu secara acak. Tentukan peluang bahwa yang terambil adalah kartu sekop atau kartu bergambar.

Penyelesaian:

- Banyak satu set lengkap kartu bridge adalah 52 sehingga $n(S) = 52$.
- Jika kejadian A menyatakan terambilnya kartu sekop maka $n(A) = 13$.

- Jika kejadian B menyatakan terambilnya kartu bergambar maka $n(B) = 12$.

Kartu sekop dan kartu bergambar dapat terjadi secara bersamaan jika yang terambil adalah kartu raja sekop, ratu sekop, dan jack sekop. Berarti A dan B adalah dua kejadian tidak saling lepas dengan $n(A \cap B) = 3$
Peluang gabungan A atau B adalah

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \\ &= \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{3}{52} = \frac{22}{52} = \frac{11}{26} \end{aligned}$$

Jadi, peluang yang terambil kartu sekop atau kartu bergambar adalah $\frac{11}{26}$.

c. Peluang Dua Kejadian Saling Bebas

1) Pengertian kejadian saling bebas dan kejadian bersyarat

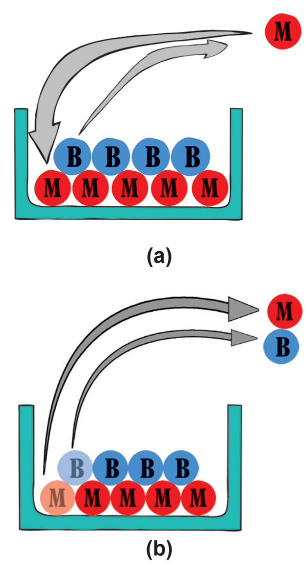
Dua kejadian dikatakan *saling bebas* jika munculnya kejadian pertama tidak mempengaruhi peluang munculnya kejadian kedua. Sebagai contoh, dalam percobaan mengetos dua buah dadu, peluang munculnya mata 4 pada dadu pertama tidak mempengaruhi peluang munculnya mata 3 pada dadu kedua.

Dua kejadian dikatakan *tidak bebas* atau disebut dua kejadian *bersyarat* jika munculnya kejadian pertama mempengaruhi peluang munculnya kejadian kedua.

Perhatikan Gambar 2.9 dengan saksama. Misalnya, sebuah kotak berisi 5 kelereng merah dan 4 kelereng biru. Pada pengambilan pertama, peluang terambil kelereng merah adalah $\frac{5}{9}$. Jika sebelum pengambilan kedua, kelereng tersebut dikembalikan lagi ke dalam kotak maka peluang terambil kelereng merah kedua tetap $\frac{5}{9}$. Kasus ini termasuk kejadian yang saling bebas.

Bagaimana jika sebelum pengambilan kedua, kelereng pertama *tidak dikembalikan* ke dalam kotak? Misalnya, pada pengambilan pertama terambil kelereng merah maka peluang terambil kelereng merah pada pengambilan kedua adalah $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Jika pada pengambilan pertama terambil kelereng biru maka peluang terambil kelereng merah pada pengambilan kedua adalah $\frac{5}{8}$.



Gambar 2.9
(**a**) Pengambilan dengan pengembalian
(**b**) Pengambilan tanpa pengembalian

Untuk kasus ini, pengambilan kelereng yang kedua bergantung pada hasil pengambilan pertama. Kejadian ini disebut bersyarat.

2) Rumus peluang dua kejadian saling bebas

Misalkan, kejadian A menyatakan munculnya sisi gambar pada percobaan mengetos sekeping uang logam dan kejadian B menyatakan munculnya angka genap pada percobaan mengetos sebuah dadu. Di sini terlihat bahwa kejadian A dan B adalah dua kejadian saling bebas. Peluang masing-masing kejadian A dan B adalah

$$P(A) = P(\text{sisi gambar}) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = P(\text{sisi genap}) = \frac{3}{6}$$

Ruang sampel S untuk kejadian A diikuti dengan kejadian B adalah $S = \{(G, 1), (G, 2), (G, 3), ..., (G, 6), (A, 1), (A, 2), ..., (A, 6)\}$. Diperoleh banyak elemen $n(S) = 12$.

Ada 3 kemungkinan untuk memperoleh kejadian angka genap pada pengetosan dadu dan kejadian munculnya sisi gambar pada pengetosan uang logam, ditulis $A \cap B$, yaitu

$A \cap B = \{(G, 2), (G, 4), (G, 6)\}$ dengan $n(A \cap B) = 3$

Peluang kejadian A dan B adalah

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{12}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{6}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \qquad \text{karena } P(A) = \frac{1}{2} \text{ dan } P(B) = \frac{3}{6}$$

Dari uraian ini, peluang dua kejadian saling bebas dapat dituliskan sebagai berikut.

Catatan

Dalam beberapa buku referensi lain, kejadian *saling bebas* diistilahkan dengan kejadian *saling bebas stokastik*. Dengan demikian, kejadian *saling bebas* = kejadian *saling bebas stokastik*.

Peluang Dua Kejadian Saling Bebas

Peluang terjadinya A dan B, ditulis $P(A \cap B)$, untuk A dan B adalah dua kejadian saling bebas dirumuskan oleh

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh Soal 2.18

Menentukan Peluang Dua Kejadian Saling Bebas

Pada percobaan pengetosan dua buah dadu, tentukan peluang untuk memperoleh angka genap pada dadu pertama dan angka ganjil prima pada dadu kedua.

Penyelesaian:
- Dadu memiliki enam mata sehingga $n(S) = 6$.
- Misalkan, A menyatakan kejadian muncul angka genap pada dadu pertama.
  $A = \{2, 4, 6\}$ dengan $n(A) = 3$
- Misalkan, B menyatakan kejadian muncul angka ganjil prima pada dadu kedua.
  $B = \{3, 5\}$ dengan $n(B) = 2$

Tidak satu pun elemen-elemen pada kejadian A dan B yang sama. Ini berarti bahwa A dan B adalah dua kejadian saling bebas. Peluang muncul angka genap pada dadu pertama dan muncul angka ganjil prima pada dadu kedua adalah

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$
$$= \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

3) Rumus peluang dua kejadian bersyarat

Peluang terjadinya kejadian B jika diketahui kejadian A telah terjadi, ditulis dengan notasi $P(B|A)$. Untuk A dan B dua kejadian saling bebas, kejadian A tidak mempengaruhi peluang kejadian B, atau ditulis

$$P(B|A) = P(B)$$

Peluang munculnya kejadian A dan B secara bersamaan yang merupakan dua kejadian bebas telah diketahui sebelumnya, yaitu

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Jika A dan B dua kejadian *bersyarat*, $P(B)$ digantikan oleh $P(B|A)$ sehingga diperoleh

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

Peluang Dua Kejadian Bersyarat

Peluang terjadinya A dan B, ditulis $P(A \cap B)$, untuk A dan B dua kejadian bersyarat, dirumuskan oleh

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

Untuk lebih jelasnya, pelajari Contoh Soal 2.19 berikut.

Contoh Soal 2.19

Menentukan Peluang Dua Kejadian Bersyarat

Sebuah kotak berisi 5 bola merah dan 4 bola biru. Jika akan diambil 2 bola satu per satu tanpa dikembalikan, tentukan peluang bola yang terambil itu berturut-turut berwarna

a. merah – biru;
b. biru – merah;
c. biru – biru.

Soal Menantang

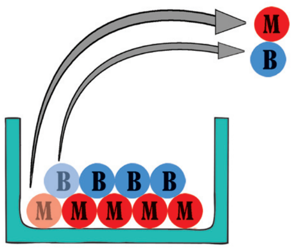
Jika A dan B dua kejadian dengan $P(B^C) = 0{,}45$, $P(A \cap B) = 0{,}45$ dan $P(A \cup B) = 0{,}85$ maka $P(A^c)$ sama dengan ....

a. 0,15
b. 0,25
c. 0,45
d. 0,55
e. 0,75

UM-UGM 2007

Catatan

$P(B|A)$ biasanya dibaca "peluang B terjadi jika diketahui A terjadi" atau lebih sederhana "peluang B, jika A diketahui".



Gambar 2.10

Solusi

Suatu kelas terdiri atas 40 siswa, 25 siswa gemar matematika, 21 siswa gemar IPS, dan 9 siswa gemar matematika dan IPS. Peluang seorang tidak gemar matematika maupun IPS adalah ....

a. $\frac{25}{40}$ d. $\frac{4}{40}$

b. $\frac{12}{40}$ e. $\frac{3}{40}$

c. $\frac{9}{40}$

Penyelesaian:

$n(S) = 40;$

$n(M) = 25;$

$n(I) = 21;$

$n(M \cap I) = 9$

$n(M \cup I) = n(M) + n(I) - n(M \cap I)$

$= 25 + 21 - 9 = 37$

$P(M \cup I)' = 1 - P(M \cup I)$

$= 1 - \frac{n(M \cup I)}{n(S)}$

$= 1 - \frac{37}{40} = \frac{3}{40}$

Jawaban: e

Soal UMPTN 2000

Penyelesaian:

a. Pada pengambilan pertama, tersedia 5 bola merah dari 9 bola. Peluang terambil bola merah adalah

$$P(M) = \frac{5}{9}$$

Pada pengambilan kedua, tersedia 4 bola biru dari 8 bola. Ingat, satu bola merah telah diambil pada pengambilan pertama. Peluang terambil bola biru dengan syarat bola merah telah diambil pada pengambilan pertama adalah

$$P(B|M) = \frac{4}{8}$$

Jadi, peluang terambil berturut-turut merah – biru adalah

$$P(M \cap B) = P(M) \times P(B|M) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$$

b. Pada pengambilan pertama, tersedia 4 bola biru dari total 9 bola. Peluang terambil bola biru adalah

$$P(B) = \frac{4}{9}$$

Pada pengambilan kedua, tersedia 5 bola merah dari 8 bola. Ingat, satu bola biru telah diambil pada pengambilan pertama. Peluang terambil bola merah dengan syarat bola biru telah diambil pada pengambilan pertama adalah

$$P(M|B) = \frac{5}{8}$$

Jadi, peluang terambil berturut-turut biru – merah adalah

$$P(B \cap M) = P(B) \times P(M|B) = \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{18}$$

c. Pada pengambilan pertama, tersedia 4 bola biru dari total 9 bola. Peluang terambil bola biru adalah

$$P(B) = \frac{4}{9}$$

Pada pengambilan kedua, tersedia 3 bola biru dari 8 bola. Ingat, satu bola biru telah diambil pada pengambilan pertama. Peluang terambil bola biru kedua dengan syarat bola biru pertama telah diambil pada pengambilan pertama adalah

$$P(B|B) = \frac{3}{8}$$

Jadi, peluang terambil berturut-turut biru – biru adalah

$$P(B \cap B) = P(B) \times P(B|B) = \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$$

d. Masalah Peluang yang Diselesaikan dengan Rumus Kombinasi dan Permutasi

Pada subbab A, Anda telah memahami masalah-masalah yang dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus kombinasi dan permutasi. Pada bagian ini, akan dibahas soal-soal peluang yang dapat diselesaikan dengan rumus kombinasi dan permutasi. Agar lebih jelas, pelajarilah contoh-contoh soal berikut ini.

Contoh Soal 2.20

Menentukan Peluang dengan Rumus Permutasi

a. Tiga kartu diambil dari 1 set kartu yang berisi 52 kartu. Tentukan peluang terambil semua kartu adalah kartu As dalam urutan sekop, hati, dan wajik.

b. Ada sepuluh ekor kuda berlomba dalam sebuah pacuan. Tiap-tiap kuda diberi nomor 1 sampai dengan nomor 10. Tentukan peluang kuda bernomor 2, 5, dan 7 berturut-turut keluar sebagai juara 1, juara 2, dan juara 3.

Penyelesaian:

a. Banyaknya cara untuk mengambil 3 kartu dari 52 kartu yang mementingkan urutan jenis kartu menggunakan rumus permutasi sebagai berikut.

$$P\,(52, 3) = \frac{52!}{(52-3)!} = \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49!}{49!}$$

$$= 52 \times 51 \times 50 = 132.600$$

Periksa hasil ini dengan menggunakan kalkulator.

Hanya satu cara untuk mengambil ketiga kartu As dalam urutan sekop, hati, dan wajik. Jadi, peluang terambil semua kartu As dalam urutan sekop, hati, dan wajik adalah

$$P\,(52, 3) = \frac{1}{132.600}$$

(Gunakan kalkulator untuk memperoleh hasil desimal).

b. Banyak cara agar 3 dari 10 ekor kuda memenangkan lomba yang mementingkan urutan pemenang sebagai berikut.

$$P\,(10, 3) = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 720$$

Periksa hasil ini dengan menggunakan kalkulator.

Hanya ada satu kemungkinan kuda bernomor 2, 5, dan 7 berturut-turut keluar sebagai juara 1, juara 2, dan juara 3 sehingga peluangnya adalah

$$P\,(10, 3) = \frac{1}{720}$$

(Gunakan kalkulator untuk memperoleh hasil desimal).

Soal Menantang

Sebuah kantong berisi 6 kelereng merah dan 4 kelereng putih. Dari dalam kantong diambil 1 kelereng berturut-turut dua kali tanpa pengembalian kelereng pertama ke dalam kantong. Peluang terambil 2 kelereng berwarna putih adalah ...

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{1}{5}$

c. $\frac{2}{15}$

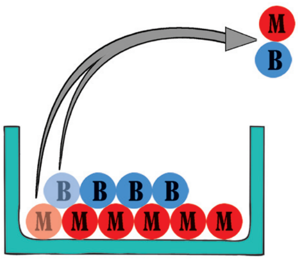
d. $\frac{3}{25}$

e. $\frac{2}{25}$

UN 2006

Contoh Soal 2.21

Menentukan Peluang dengan Rumus Kombinasi



Gambar 2.11

Sebuah kotak berisi 6 bola merah dan 4 bola biru. Dari dalam kotak tersebut diambil dua bola sekaligus. Tentukan peluang yang terambil itu bola merah dan bola biru.

Penyelesaian:

Bedakan soal ini dengan soal pada Contoh Soal 2.19. Pada contoh tersebut, urutan warna bola yang terambil telah diketahui yaitu merah–biru. Artinya, bola pertama merah dan bola kedua biru. Dalam soal ini, urutan warna bola yang terambil belum diketahui. Artinya, bola pertama bisa berwarna merah atau biru. Jika bola pertama berwarna biru maka bola kedua berwarna merah. Perhatikan bahwa soal ini akan diselesaikan menggunakan rumus kombinasi.

- Bola yang tersedia dalam kotak adalah
  6 bola merah + 4 bola biru = 10 bola.
- Banyak cara untuk mengambil 2 bola dari 10 bola yang tersedia tanpa memperhatikan urutan adalah
  $$C(10, 2) = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 8!} = 45$$
  Periksa hasil ini dengan menggunakan kalkulator.
  Dengan demikian, $n(S) = 45$
- Pengambilan 1 bola merah dari 6 bola merah ada 6 cara.
  Pengambilan 1 bola biru dari 4 bola biru ada 4 cara.
  Menurut aturan perkalian, banyak cara terambil 1 bola merah dan 1 bola biru adalah
  $$n_1 \times n_2 = 6 \times 4 = 24 \text{ cara}$$
  Dengan demikian, $n(E) = 24$.
- Peluang terambil bola merah dan biru adalah
  $$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

Sebagai penutup teori peluang, berikut ini diberikan penuntun untuk membantu Anda dalam melakukan perhitungan peluang.

Penuntun untuk Perhitungan Peluang

1. Kata "atau" berarti menjumlahkan peluang setiap kejadian.
2. Kata "dan" berarti mengalikan peluang setiap kejadian.
3. Ungkapan "paling sedikit n", berarti n atau lebih.
4. Ungkapan "paling banyak n", berarti n atau kurang.

Uji Kemampuan 2.2

Kerjakan soal-soal berikut di buku latihan Anda.

Untuk soal nomor 1–6, daftarkanlah elemen-elemen dalam ruang sampel yang didefinisikan oleh percobaan berikut.

1. Sebuah huruf dipilih secara acak dari kata "singgasana".
2. Banyak anak laki-laki dalam keluarga dengan empat anak.
3. Sekeping uang logam dilempar undi empat kali.
4. Dua orang dipilih dari satu wakil partai, satu wakil pemerintah, dan satu wakil LSM.
5. Empat jawaban dari soal pilihan benar – salah.
6. Tiga kartu dipilih secara acak dari As hati, As sekop, As keriting, As wajik.

Untuk soal nomor 7–10, tentukan ruang sampel yang didefinisikan oleh percobaan mengetos uang logam sebanyak 4 kali.

7. Angka tidak muncul.
8. Muncul tepat dua gambar.
9. Muncul paling banyak dua gambar.
10. Muncul paling sedikit dua gambar.

Sebuah dadu putih dan merah dilempar pada saat bersamaan. Untuk soal nomor 11–17, daftar dan tentukan peluang dari kejadian berikut.

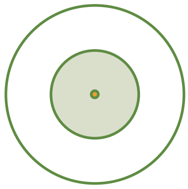
11. Jumlahnya 4.
12. Jumlahnya lebih kecil dari 6.
13. Jumlahnya merupakan kelipatan dari 5.
14. Jumlahnya 8 atau 9.
15. Jumlahnya genap dan lebih dari 8
16. Selisihnya 2
17. Hasil kalinya sama dengan 6
18. Sebuah dadu dilempar 50 kali. Tentukan frekuensi harapan muncul
    a. angka 2;
    b. angka ganjil;
    c. angka prima ganjil.
19. Dari setumpukan satu set kartu *bridge* diambil satu kartu secara acak. Pengambilan dilakukan 13 kali (setiap pengambilan kartu dikembalikan). Tentukan frekuensi harapan yang terambil adalah
    a. kartu sekop; b. kartu As.
20. Sebuah dadu dan sekeping uang logam dilempar undi satu kali. Tentukan peluang memperoleh
    a. mata dadu ganjil dan sisi gambar pada uang logam;
    b. mata dadu prima ganjil dan sisi angka pada uang logam;
    c. mata dadu 2 dan sisi angka pada uang logam.
21. Sebuah dadu dilempar 2 kali. Tentukan peluang munculnya
    a. mata dadu genap pada lemparan pertama dan kedua,
    b. mata dadu genap pada lemparan pertama dan mata dadu ganjil pada lemparan kedua,
    c. mata dadu 4 pada lemparan pertama dan mata dadu 5 pada lemparan kedua.
22. Sebuah survei tentang pekerja pada suatu perusahaan garmen menghasilkan informasi tentang status kelamin dan perkawinan pada tabel berikut ini.

	Kawin	Bujangan	Cerai	Duda/ Janda
Laki-Laki	12%	3%	8%	2%
Perempuan	55%	12%	8%	0%

Kejadian L : pekerja adalah laki-laki; P : pekerja adalah perempuan; B : pekerja adalah bujangan; C : pekerja adalah bercerai; dan J : pekerja adalah duda atau janda.
Jika seorang pekerja dipilih secara acak dari perusahaan tersebut, tentukan peluang dari setiap kejadian berikut.

a. $L \cap C$ d. $B \cup C$
b. $P \cup C$ e. $B \cup J$
c. $P \cap B$ f. $L \cup B$

23. Sebuah kantong berisi 9 kelereng biru, 6 kelereng kuning, dan 4 kelereng merah. Sebuah kelereng diambil secara acak dari kantong. Tentukan peluang terambil kelereng biru atau kuning.
24. Sebuah anak panah selalu mengenai target yang terdiri atas dua lingkaran sepusat (lihat gambar).



Peluang bahwa suatu lemparan acak mengenai lingkaran yang diarsir adalah $\frac{16}{25}$.

a. Hitung peluang sebuah lemparan akan mengenai daerah yang diarsir.

b. Jika jari-jari lingkaran yang diarsir adalah 8 cm, tentukan jari-jari lingkaran yang besar.

25. Dua kartu diambil satu persatu tanpa pengembalian dari satu set kartu (terdiri atas 52 kartu). Tentukan peluang bahwa kedua kartu adalah kartu merah.

26. Empat angka dipilih dari angka-angka 1, 2, 3, 4 sehingga terbentuk sebuah bilangan. Tentukan peluang bahwa bilangan tersebut lebih besar daripada 2.000 jika

a. angka-angka dapat berulang;

b. angka-angka tidak dapat berulang.

27. Jumlah siswa pada 720 sekolah yang disurvei diberikan pada tabel frekuensi kumulatif berikut.

Jumlah Siswa	Jumlah Sekolah
$\leq$ 100	65
$\leq$ 200	149
$\leq$ 300	288
$\leq$ 400	542
$\leq$ 500	684
$\leq$ 600	720

a. Jika satu dari 720 sekolah dipilih secara acak, tentukan peluang bahwa sekolah itu memiliki 300 siswa atau lebih sedikit.

b. Jika dua dari 720 sekolah itu dipilih pada saat yang berlainan secara acak, tentukan peluang kedua sekolah masing-masing memiliki lebih dari 500 siswa.

Soal Matematika Singapura, November 1994

28. Pada sebuah kotak terdapat 10 kelereng yang terdiri atas 6 kelereng berwarna merah dan 4 kelereng berwarna biru. Jika diambil 4 buah kelereng sekaligus secara acak, tentukan peluang terambil ketiga kelereng tersebut berwarna merah.

29. Sebuah permainan pada televisi menunjuk seorang kontestan yang telah memperoleh kesempatan untuk memenangkan beberapa hadiah. Kontestan ditunjukkan 10 kotak, 4 dari kotak itu mengandung hadiah.
Jika kontestan diperbolehkan untuk memilih keempat kotak itu, berapa peluang bahwa:

a. keempat hadiah akan terpilih;

b. tidak ada hadiah yang terpilih;

c. tiga kotak pertama yang terpilih tidak mengandung hadiah tetapi satu kotak ke-4 mengandung hadiah.

30. Lima belas kartu diberi nomor 1 sampai dengan 15. Kartu dikocok, kemudian diambil satu kartu secara acak. Berapa peluang bahwa kartu yang terambil adalah

a. kartu bukan kelipatan 3;

b. kartu bukan prima;

c. kartu bukan genap dan kelipatan 3.

Soal-Soal Aplikasi

31. Ukuran kaki 11 atlet perempuan dalam suatu team Hockey ditunjukkan pada tabel berikut.

Ukuran kaki	35	39	40	41
Frekuensi	2	5	3	1

Seorang atlet dipilih secara acak. Berapa peluang ukuran kakinya *bukan* 40?

32. **Kontrol kualitas**. Dua belas bagian mesin sebagai sampel dibuat dengan cepat, termasuk dua buah yang bermutu di bawah standar. Sampel tersebut dikirim ke pusat pemasangan. Manajer pusat pemasangan mengambil 4 buah secara acak dan akan mengirim kembali seluruh sampel jika satu atau lebih mutu sampel di bawah standar. Berapa peluang sampel akan dikembalikan?

33. Misalkan, peluang lulus ujian dari A, B, dan C masing-masing adalah $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, dan $\frac{3}{5}$.
Tentukan peluang kejadian berikut.

a. Peluang ketiganya lulus.

b. Peluang hanya 2 orang lulus.

c. Peluang paling tidak 1 orang lulus.

Matematika Jepang Level 2

34. Tiga orang dipilih dari suatu kelompok yang terdiri atas 7 laki-laki dan 3 perempuan, berapakah peluang bahwa yang terpilih itu paling sedikit 1 wanita?
35. Ada delapan pelari dengan nomor punggung 1 sampai 8. Tentukan peluang pelari nomor 3, 7, dan 1 berturut-turut keluar sebagai juara 1, 2, dan 3.
36. Sebuah perusahaan menggunakan satu chip komputer dalam merakit tiga unit dari suatu produk. Chip-chip dibeli dari supplier *A*, *B*, dan *C* dan secara acak diambil untuk merakit sebuah unit. Dua puluh persen berasal dari *A*, 30% berasal dari *B* dan sisanya berasal dari *C*. Perusahaan percaya bahwa peluang sebuah chip dari *A* akan terbukti tidak rusak dalam 24 jam pertama pemakaian adalah 0,03 sekon, dan peluang untuk *B* dan *C* adalah 0,04 dan 0,01 sekon. Jika sebuah unit rakitan dipilih secara acak dan diuji selama 24 jam. Berapa peluang bahwa chip adalah rusak?

Soal Terbuka

1. Coba sebutkan sedikitnya lima contoh kasus dalam kehidupan sehari-hari yang melibatkan teori peluang.
2. Buatlah satu contoh soal untuk menentukan nilai peluang suatu kejadian. Kemudian, jawablah dengan menggunakan permutasi dan kombinasi.

Rangkuman

Berikut ini adalah rangkuman materi Subbab A.

- *Peluang* adalah konsep yang digunakan untuk menyatakan kemungkinan suatu kejadian.
- Banyaknya titik sampel dapat ditentukan dengan menggunakan *kaidah pencacahan*, yaitu dengan *aturan perkalian*, *permutasi*, dan *kombinasi*.
- *Aturan perkalian* adalah aturan yang digunakan dalam menentukan banyaknya titik sampel dengan cara mengalikan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan.
- *Permutasi* dari suatu himpunan elemen adalah susunan dari elemen-elemen itu dalam suatu urutan tertentu.
- Kombinasi adalah suatu susunan yang terdiri atas *r* elemen, yang diambil dari *n* elemen, tanpa menghiraukan urutannya.

Coba buat rangkuman materi Subbab lainnya di buku catatan Anda. Bandingkan hasil rangkuman Anda dengan teman lainnya dan diskusikan.

Apa yang Anda Peroleh Setelah Mempelajari Bab Ini?

Setelah mempelajari materi tentang Peluang, materi apa yang tidak Anda senangi? Dapatkah Anda menyebutkan alasannya? Coba Anda tuliskan secara lengkap. Kemudian, presentasikan di depan kelas.

"Dengan ilmu hidup menjadi mudah, dengan seni hidup menjadi indah, dengan ibadah hidup menjadi terarah"

Cahaya Kalbu

Uji Kemampuan Bab 2

I. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat dan berikan alasannya. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

1. Dari 7 orang pengurus sebuah organisasi akan dipilih seorang ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyak cara pemilihan tersebut adalah ....
a. 210
b. 250
c. 252
d. 420
e. 840

2. Ali, Robi, Candra, dan Dadang akan bekerja secara bergilir. Banyaknya urutan bekerja yang dapat disusun dengan Ali selalu pada giliran terakhir adalah ....
a. 3
b. 6
c. 12
d. 18
e. 24

3. Notasi $P(n, r)$ menyatakan banyaknya permutasi r elemen yang diambil dari n elemen. Jika $P(n, 5) = 20\ P(n, 3)$ maka nilai dari n adalah ....
a. 8
b. 1
c. –1
d. 8 dan –1
e. –8 dan 1

4. Dari angka 3, 5, 6, 7, dan 9 dibuat bilangan yang terdiri atas tiga angka yang berbeda. Di antara bilangan-bilangan tersebut yang kurang dari 600 banyaknya adalah ....
a. 24
b. 18
c. 12
d. 10
e. 8

5. Banyak susunan berbeda yang dapat dibuat dari huruf-huruf pada kata "KALKULUS" adalah ....
a. 1680
b. 5040
c. 8400
d. 10080
e. 20160

6. Banyak cara berbeda untuk memilih 3 orang pengurus kelas dari 8 orang calon adalah ....
a. 336
b. 312
c. 288
d. 120
e. 56

7. Jika C_r^n menyatakan banyaknya kombinasi r elemen dari n elemen dan $C_2^n = n + 5$ maka C_n^{2n} sama dengan ....
a. 260
b. 220
c. 116
d. 190
e. 252

8. Seorang murid diminta mengerjakan 9 dari 10 soal ulangan, tetapi soal nomor 1 sampai dengan nomor 5 harus dikerjakan. Banyaknya pilihan yang dapat dikerjakan adalah ....
a. 4
b. 5
c. 6
d. 9
e. 10

9. Banyaknya cara untuk memilih regu bulutangkis yang terdiri atas 3 pemain putri dan 5 pemain putra dari keseluruhan 5 pemain putri dan 8 pemain putra adalah ....
a. 55
b. 104
c. 560
d. 600
e. 1000

10. Diketahui $A = \{p, q, r, s, t, u\}$. Banyaknya himpunan bagian yang memiliki anggota paling sedikit 3 unsur adalah ....
a. 22
b. 25
c. 41
d. 42
e. 57

11. Tiga buah dadu ditos bersama-sama maka banyaknya titik sampel dalam percobaan tersebut adalah ....
a. 36
b. 96
c. 216
d. 1.296
e. 462

12. Jika tiga uang logam ditos bersama-sama peluang untuk memperoleh dua sisi angka dan satu sisi gambar adalah ....

a. $\frac{1}{6}$
d. $\frac{2}{8}$
b. $\frac{2}{6}$
e. $\frac{3}{8}$
c. $\frac{1}{8}$

13. Tiga mata uang logam ditos sebanyak 104 kali. Frekuensi harapan munculnya minimal dua sisi angka adalah ....
a. 26
d. 65
b. 36
e. 78
c. 52

14. Dari 100 orang mahasiswa terdaftar, 45 orang mengikuti kuliah Bahasa Indonesia, 50 orang mengikuti kuliah Sejarah dan 25 orang mengikuti kedua mata kuliah itu. Jika dipanggil seorang di antara 100 mahasiswa, peluang agar mahasiswa yang dipanggil tersebut tidak mengikuti kuliah Bahasa Indonesia maupun Sejarah adalah ....
a. 0,10
d. 0,25
b. 0,15
e. 0,30
c. 0,20

15. Sebuah kantong berisi 2 kelereng merah, 8 kelereng biru, dan 10 kelereng kuning. Sebuah kelereng diambil secara acak dari kantong. Peluang terambil kelereng kuning atau merah adalah ....
a. $\frac{13}{20}$
d. $\frac{3}{20}$
b. $\frac{3}{5}$
e. $\frac{1}{20}$
c. $\frac{1}{2}$

16. Pada percobaan mengetos dua buah dadu sebanyak satu kali, peluang muncul mata dadu berjumlah 6 atau 9 adalah ....
a. $\frac{5}{36}$
d. $\frac{15}{36}$
b. $\frac{6}{36}$
e. $\frac{18}{36}$
c. $\frac{1}{2}$

17. Dalam kotak I terdapat 4 bola merah dan 3 bola putih, sedangkan dalam kotak II terdapat 7 bola merah dan 2 bola hitam. Dari setiap kotak diambil satu bola secara acak. Peluang terambilnya bola putih dari kotak I dan bola hitam dari kotak II adalah ....
a. $\frac{28}{63}$
d. $\frac{6}{63}$
b. $\frac{21}{63}$
e. $\frac{5}{63}$
c. $\frac{8}{63}$

18. Sebuah kotak berisi 3 bola merah dan 5 bola putih. Dari kotak itu diambil sebuah bola berturut-turut dua kali tanpa pengembalian bola pertama. Peluang terambil kedua bola berwarna merah adalah ....
a. $\frac{15}{64}$
d. $\frac{15}{56}$
b. $\frac{9}{64}$
e. $\frac{6}{56}$
c. $\frac{20}{56}$

19. Peluang dalam sebuah keluarga yang memiliki 4 anak, yang mempunyai paling sedikit 2 anak laki-laki adalah ....
a. $\frac{5}{16}$
d. $\frac{10}{16}$
b. $\frac{6}{16}$
e. $\frac{11}{16}$
c. $\frac{8}{16}$

20. Sebuah kantong berisi 25 buah kelereng yang terdiri atas 10 kelereng merah dan yang lain berwarna putih. Dari kantong tersebut diambil sekaligus dua kelereng secara acak. Peluang terambilnya dua kelereng berwarna merah adalah ....
a. $\frac{2}{3}$
d. $\frac{3}{20}$
b. $\frac{2}{5}$
e. $\frac{7}{20}$
c. $\frac{3}{5}$

II. Jawablah dengan singkat, tepat, dan jelas. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

21. Pada suatu konferensi, hadir 7 negara, yaitu A, B, C, D, E, F, dan G. Bendera masing-masing negara akan dikibarkan pada tiang yang diatur menjadi satu baris (7 tiang). Tentukan berapa macam cara mengatur tujuh bendera tersebut agar bendera negara A dan B terletak di ujung.

22. Dalam suatu percobaan mengetos dua buah dadu, satu dadu berwarna merah, yang lain hijau, hasil yang muncul kemudian dicatat.

a. Tuliskan anggota ruang sampel S.

b. Tuliskan anggota S yang berkaitan dengan kejadian A yaitu jumlahnya kurang dari 6.

c. Tuliskan anggota S yang berkaitan dengan kejadian B, yaitu bilangan 6 muncul pada kedua dadu.

d. Tuliskan anggota S yang berkaitan dengan kejadian C, yaitu bilangan 2 muncul pada dadu hijau.

e. Tuliskan anggota S yang berkaitan dengan $A \cap C$.

23. Jika tiga buku diambil secara acak dari suatu rak yang berisi empat novel, tiga buku syair, dan sebuah kamus. Tentukan peluang:

a. kamus yang terambil;

b. dua novel dan sebuah buku syair terambil.

24. Satu kartu ditarik dari satu set kartu remi. Jika:

A = kejadian terambilnya kartu jack;

B = kejadian terambilnya kartu berwarna merah;

C = kejadian terambilnya kartu sekop.

Tentukan

a. $P(A)$; **d.** $P(B|A)$;

b. $P(B)$; **e.** $P(C)$;

c. $P(A|B)$; **f.** $P(B|C)$.

25. Suatu kotak berisi empat bola putih dan tiga bola hitam sedangkan kotak kedua berisi tiga bola putih dan lima bola hitam. Satu bola diambil dari kotak pertama tanpa melihatnya dan dimasukkan ke kotak kedua. Berapakah sekarang peluang mengambil sebuah bola hitam dari kotak kedua?

Evaluasi Semester 2

I. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat dan berikan alasannya. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

1. Banyak bilangan antara 2.000 dan 6.000 yang dapat disusun dari angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, dan tidak ada angka yang sama adalah ....
a. 1.680
b. 1.470
c. 1.260
d. 1.050
e. 840

2. Banyaknya susunan berbeda yang dapat dibuat dari huruf-huruf pada kata "PENDIDIK" adalah ...
a. 20.160
b. 10.080
c. 8.400
d. 5.040
e. 2.520

EBTANAS 1997

3. Jika huruf-huruf dari kata KENARI disusun dalam suatu garis lurus, peluang ketiga vokal tidak saling berdampingan adalah ....
a. $\frac{2}{5}$
b. $\frac{1}{2}$
c. $\frac{2}{3}$
d. $\frac{3}{4}$
e. $\frac{4}{5}$

4. Jika huruf-huruf A, B, C, D, E, F ditukar-tukar letaknya, tetapi huruf A dan B selalu berdekatan, banyak susunan huruf berbeda adalah ....
a. 100
b. 120
c. 200
d. 240
e. 360

5. Sebuah gedung mempunyai 5 pintu masuk, 3 orang hendak memasuki gedung tersebut. Banyaknya cara mereka dapat masuk ke gedung tersebut dengan pintu berlainan adalah ....
a. 60
b. 50
c. 30
d. 20
e. 10

6. Sebelum berpisah dengan teman-temannya, Amir dan semua temannya saling berjabat tangan satu kali. Amir menghitung ada sebanyak 66 jabat tangan. Berapa orangkah yang hadir dalam pertemuan tersebut?
a. 10 orang
b. 12 orang
c. 14 orang
d. 15 orang
e. 16 orang

7. Suatu kelompok pengajian ibu-ibu mempunyai anggota 10 orang. Apabila setiap pengajian duduknya melingkar, banyaknya cara posisi ibu-ibu dalam duduk melingkar adalah...
a. 720 cara
b. 1.008 cara
c. 3.528 cara
d. 362.880 cara
e. 3.628.800 cara

UN 2005

8. Suatu tim bulutangkis terdiri atas 10 orang putra dan 5 orang putri. Dari tim ini akan dibuat pasangan ganda putra, ganda putri, maupun ganda campuran. Banyak pasangan ganda yang dapat dibuat adalah ....
a. 45
b. 50
c. 55
d. 95
e. 105

9. Tono beserta 9 orang temannya bermaksud membentuk suatu tim bola voli terdiri atas 6 orang. Apabila Tono harus menjadi anggota tim tersebut maka banyaknya tim yang mungkin dibentuk adalah...,
   a. 126
   b. 162
   c. 210
   d. 216
   e. 252

SPMB 2003

10. Pada kompetisi bola basket yang diikuti oleh 6 regu, panita menyediakan 6 tiang bendera. Banyaknya susunan yang berbeda untuk memasang bendera tersebut adalah ....
    a. 6 cara
    b. 36 cara
    c. 24 cara
    d. 120 cara
    e. 720 cara

UA N 2003

11. Dua buah dadu dilempar undi bersama-sama. Peluang munculnya jumlah mata dadu 9 atau 10 adalah ....
    a. $\frac{5}{36}$
    b. $\frac{7}{36}$
    c. $\frac{8}{36}$
    d. $\frac{9}{36}$
    e. $\frac{11}{36}$

12. Tiga buah dadu dilempar undi, peluang bahwa jumlah angka pada ketiga dadu sama dengan 5 adalah ....
    a. $\frac{1}{36}$
    b. $\frac{1}{24}$
    c. $\frac{1}{12}$
    d. $\frac{1}{6}$
    e. $\frac{1}{8}$

13. Kotak I berisi 5 bola merah dan 3 bola kuning. Kotak II berisi 2 bola merah dan 6 bola kuning. Dari masing-masing kotak diambil sebuah bola secara acak. Peluang terambilnya kedua bola berwarna sama adalah ....
    a. $\frac{1}{8}$
    b. $\frac{5}{16}$
    c. $\frac{7}{16}$
    d. $\frac{9}{16}$
    e. $\frac{7}{8}$

14. Kotak *A* mengandung 6 kelereng merah dan 4 kelereng hijau. Kotak *B* mengandung 3 kelereng merah dan 6 kelereng hijau. Sebuah kelereng diambil dari kotak *A* dan dimasukkan ke dalam kotak *B*. Setelah semua kelereng tercampur merata, sebuah kelereng diambil dari kotak *B*. Peluang terambil kelereng berwarna sama dari kotak *A* dan kotak *B* adalah ....
    a. $\frac{11}{25}$
    b. $\frac{13}{25}$
    c. $\frac{16}{25}$
    d. $\frac{17}{25}$
    e. $\frac{21}{25}$

15. Sebuah keranjang berisi 6 bola hitam dan 4 bola putih. Dari keranjang tersebut 3 bola diambil tanpa pengembalian. Peluang terambil 2 bola hitam dan 1 bola putih adalah ....
    a. $\frac{1}{2}$
    b. $\frac{2}{3}$
    c. $\frac{3}{4}$

d. $\frac{5}{6}$

e. $\frac{6}{7}$

UAN 2002

16. Sebuah kotak berisi 5 bola merah, 4 bola biru, dan 3 bola kuning. Dari dalam kotak diambil 3 bola sekaligus secara acak, peluang terambil 2 bola merah dan 1 bola biru adalah ....

a. $\frac{1}{10}$

b. $\frac{5}{36}$

c. $\frac{1}{6}$

d. $\frac{2}{11}$

e. $\frac{4}{11}$

UN 2005

17. Dua buah dadu dilempar bersama-sama satu kali. Peluang munculnya mata dadu berjumlah 7 atau 10 adalah ....

a. $\frac{7}{36}$

b. $\frac{9}{36}$

c. $\frac{10}{36}$

d. $\frac{17}{36}$

e. $\frac{18}{36}$

EBTANAS 1993

18. Dalam sebuah kantong terdapat 9 manik-manik diambil satu demi satu dengan pengembalian. Peluang terambil keduanya warna kuning adalah ....

a. $\frac{4}{25}$

b. $\frac{6}{35}$

c. $\frac{6}{25}$

d. $\frac{8}{25}$

e. $\frac{9}{25}$

SPMB 2002

19. Dalam suatu kotak terdapat 5 bola merah dan 5 bola putih. Jika diambil dua bola sekaligus secara acak maka frekuensi harapan mendapatkan dua bola berlainan dari 180 kali percobaan adalah ....

a. 18
b. 36
c. 40
d. 72
e. 100

UN 2004

20. Pada pelemparan dua buah dadu satu kali, peluang munculnya mata dadu berjumlah 5 atau 8 adalah ....

a. $\frac{5}{9}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{5}{36}$

d. $\frac{1}{9}$

e. $\frac{2}{9}$

EBTANAS 1990

II. Jawablah dengan singkat, tepat, dan jelas. Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

21. Totti akan melakukan tendangan penalti ke gawang yang dijaga oleh Buffon. Peluang Totti dapat membuat gol dalam sekali tendangan penalti adalah $\frac{4}{5}$. Jika Totti melakukan 5 kali tendangan penalti, tentukan peluang Totti membuat tiga gol.

22. Empat *chip* identik ditandai dengan huruf A, B, C, D diletakkan dalam sebuah kotak. Suatu percobaan akan memilih dua *chip* bersamaan secara acak. Daftarkan semua hasil yang mungkin dari ruang sampel dan tentukan peluang bahwa satu dari kedua *chip* ini akan bertanda huruf B.

23. Sebuah dadu dibuat dari sebuah padatan bidang delapan beraturan dengan cara menomori sisi-sisinya dengan angka 1 sampai dengan 8. Dadu dilempar dua kali. Gambarlah sebuah diagram kemungkinan untuk menampilkan hasil-hasil yang mungkin dalam ruang sampel. Dengan bantuan diagram kemungkinan ini, tentukan peluang mendapatkan

a. angka lemparan pertama lebih kecil dari 5;

b. angka yang sama pada tiap lemparan.

24. Dalam suatu permainan lotre, ada sejumlah bola bernomor 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Dari sejumlah bola ini akan diambil lima bola secara berurutan. Jika kupon yang dibeli kelima angkanya sesuai dengan nomor kelima bola yang diambil berurutan, pemilik kupon memenangkan Rp1.000.000,00. Berapakah peluang memenangkan lotre seperti ini?

25. Sebuah dadu ditos tiga kali. Tentukan peluang ketiga mata dadu yang muncul berjumlah

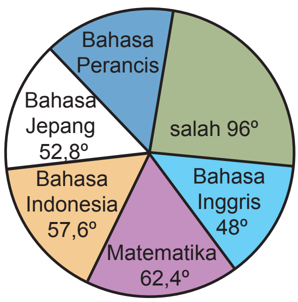
a. 7, dan

b. 7 atau 11.

Evaluasi Akhir Tahun

I. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat dan berikan alasannya.
Tuliskan jawabannya di buku latihan Anda.

1. Diagram lingkaran bentuk ini menunjukkan banyak soal yang benar pada sebuah tes (jumlah soal = 75) yang diperoleh seorang peserta.



Mata pelajaran dengan benar 17,3 persen adalah ....

a. Matematika
b. Bahasa Indonesia
c. Bahasa Jepang
d. Bahasa Perancis
e. Bahasa Inggris

2. Nilai ujian suatu mata pelajaran diberikan dalam tabel berikut.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	3	5	4	6	1	1

Jika nilai siswa yang lebih rendah dari rata-rata dinyatakan tidak lulus maka banyak siswa yang lulus adalah ....

a. 2
b. 8
c. 10
d. 12
e. 14

SPMB 2005

3. Perhatikan data pada tabel berikut.

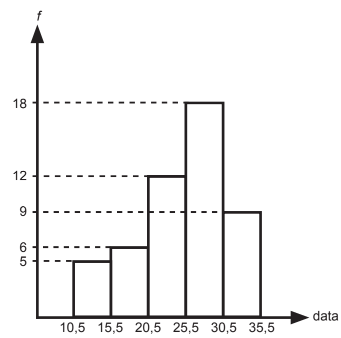
Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	3	5	4	6	1	1

Nilai rataan pada tabel di atas adalah ....

a. 5,08
b. 5,8
c. 6,03
d. 6,05
e. 6,3

UAN SMA 2005

4. Nilai rataan dari data pada diagram adalah ....



a. 23
b. 25
c. 26
d. 28
e. 30

UN 2005

5. Nilai rata-rata suatu ulangan adalah 5,9. Empat anak dari kelas lain mempunyai nilai rata-rata 7. Jika nilai rata-rata mereka setelah digabung menjadi 6 maka banyaknya anak sebelum digabung dengan empat anak tadi adalah ....

a. 36
b. 40
c. 44
d. 50
e. 52

SPMB 2005

6. Nilai rata-rata ujian Bahasa Inggris 40 siswa suatu SMU yang diambil secara acak adalah 5,5. Data nilai yang diperoleh sebagai berikut.

Nilai	17	10	6	7
Frekuensi	4	x	6,5	8

Jadi x = ...
a. 6
b. 5,9
c. 5,8
d. 5,7
e. 5,6

UAN 2002

7. Rataan hitung (rata-rata) upah 10 orang pekerja adalah Rp.7.000,00 tiap hari, sedangkan rata-rata upah pekerja termasuk ketua kelompoknya adalah Rp.7.100,00 tiap hari. Upah ketua kelompoknya tiap hari adalah ....
a. Rp.7.900,00
b. Rp.8.000,00
c. Rp.8.050,00
d. Rp.8.100,00
e. Rp.8.300,00

EBTANAS 1997

8. Median dari data umur pada tabel di bawah adalah ....
a. 16,5
b. 17,1
c. 17,3
d. 15,5
e. 18,3

Umur	Frekuensi
4 – 7	6
8 – 11	10
12 – 15	18
16 – 19	40
20 – 23	16
24 – 27	10

UAN 2002

9. Rataan hitung (rata-rata), median, dan modus data pada tabel di bawah berturut-turut adalah ....
a. 6, 01; 6,5; dan 6
b. 6,2; 6; dan 6
c. 6,4; 6; dan 6
d. 6,6; 6,5; dan 6
e. 6,8; 6,5; dan 6

Nilai	Frekuensi
4	2
5	9
6	12
7	8
8	6
9	3

EBTANAS 1997

10. Perhatikan tabel berikut.

Nilai ujian	3	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	3	8	10	14	17	3	5

Jangkauan antar kuartil dari data tersebut adalah ....
a. 1
b. 2
c. 4
d. 5
e. 6

UAN 2002

11. Jangkauan antar kuartil data 3, 5, 17, 5, 7, 6, 11, 8, 13, 9, 17, 12, 15, 14, 17, 4, 1, 16 adalah ....
a. 6,0
b. 9,0
c. 10,5
d. 11,0
e. 11,5

12. Ragam (varians) dari data 3, 5, 4, 5, 6, 8, 7, 9, 6, 6, 5, 7, 9, 5, 8, 3 adalah ....
a. $3\frac{1}{2}$
b. $3\frac{3}{8}$
c. $1\frac{7}{8}$
d. $1\frac{11}{16}$
e. $1\frac{1}{2}$

EBTANAS 1997

13. Simpangan baku dari sekelompok data tunggal: 7, 3, 5, 4, 6, 5 adalah ....
a. $\sqrt{2}$
b. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
c. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
d. $\frac{1}{3}\sqrt{5}$
e. $\frac{1}{3}\sqrt{15}$

UAN 2002

14. Simpangan baku dari data 7, 4, 4, 1, 5, 6, 11 adalah ....
a. $1\frac{1}{2}$
b. 2

c. $2\frac{1}{2}$
d. 4
e. $4\sqrt{2}$

15. Sekumpulan data mempunyai rata-rata 12 dan jangkauan 6. Jika setiap nilai data dikurangi dengan *a*, kemudian hasilnya dibagi dengan *b* ternyata menghasilkan data baru dengan rata-rata 2 dan jangkauannya 3 maka nilai *a* dan *b* masing-masing adalah ....
a. 8 dan 2
b. 10 dan 2
c. 4 dan 4
d. 6 dan 4
e. 8 dan 4

UMPTN 1991

16. Dalam suatu ruang ujian terdapat 5 buah kursi. Jika peserta ujian ada 8 orang, sedangkan salah seorang peserta ujian harus duduk pada kursi tertentu maka banyaknya cara pengaturan duduk adalah ....
a. 336
b. 840
c. 1.680
d. 2.520
e. 3.720

UAN 2002

17. Terdapat 8 calon pengurus OSIS. Akan dibentuk pengurus OSIS yang terdiri atas seorang ketua, seorang wakil ketua, dan seorang bendahara. Banyaknya formasi pengurus OSIS yang dapat dibentuk jika setiap orang tidak boleh merangkap jabatan adalah ....
a. 36
b. 336
c. 56
d. 256
e. 236

Kompetisi Matematika SMU ke-18 DKI, Sep 01

18. Nomor pegawai pada suatu pabrik terdiri atas tiga angka dengan angka pertama tidak nol. Banyaknya nomor pegawai yang ganjil adalah ....
a. 648 d. 425
b. 475 e. 324
c. 450

UAN 2002

19. Dari angka-angka 2, 3, 5, 6, 7, dan 9 akan dibuat bilangan yang terdiri atas tiga angka yang berlainan. Banyaknya bilangan yang dibuat lebih kecil dari 600 adalah ....
a. 20
b. 40
c. 60
d. 80
e. 100

20. Ada 6 orang pria dan wanita. Mereka akan membentuk sebuah panitia yang terdiri atas 5 orang. Berapa cara panitia dapat terbentuk bila harus terdiri atas 3 pria dan 2 wanita?
a. 20 d. 60
b. 30 e. 70
c. 40

UAN 2002

21. Banyaknya garis yang dapat dibuat dari 5 titik yang tersedia, dengan tidak ada 3 titik yang segaris adalah ....
a. 336
b. 168
c. 56
d. 28
e. 16

EBTANAS 2000

22. Pada percobaan lempar undi dua buah dadu sebanyak 216 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah genap adalah ....
a. 36 d. 104
b. 54 e. 108
c. 72

EBTANAS 1999

23. Dari 10 orang siswa yang terdiri 7 orang putra dan 3 orang putri akan dibentuk tim yang beranggotakan 5 orang. Jika disyaratkan anggota tim tersebut paling banyak 2 orang putri maka banyaknya tim yang dapat dibentuk adalah ....
a. 168 d. 231
b. 189 e. 252
c. 210

SPMB 2002

24. Peluang Nico dapat mengalahkan Rio dalam permainan catur di sekolah adalah 0,6. Jika mereka bermain sebanyak 20 kali, harapan Rio menang terhadap Nico sebanyak ....

a. 4 kali
b. 6 kali
c. 8 kali
d. 10 kali
e. 12 kali

UN 2005

25. Dalam sebuah kotak terdapat 4 kelereng merah dan 6 kelereng putih. Dua kelereng di ambil satu demi satu dengan pengembalian. Peluang terambil kelereng putih kemudian merah adalah ....

a. $\frac{2}{15}$
b. $\frac{4}{15}$
c. $\frac{3}{35}$
d. $\frac{6}{25}$
e. $\frac{2}{56}$

Ebtanas 1997

26. Empat disket diambil secara acak dari 10 disket yang 2 diantaranya rusak. Peluang yang terambil tidak yang rusak adalah ....

a. $\frac{2}{7}$
b. $\frac{1}{3}$
c. $\frac{3}{7}$
d. $\frac{2}{3}$
e. $\frac{5}{7}$

27. Dua buah dadu dilempar bersama-sama satu kali. Peluang munculnya mata dadu berjumlah 7 dan 10 adalah ....

a. $\frac{7}{36}$
b. $\frac{9}{36}$
c. $\frac{10}{36}$
d. $\frac{17}{36}$
e. $\frac{18}{36}$

EBTANAS 1993

28. Dalam kotak pertama terdapat 4 bola merah dan 3 bola biru. Kotak kedua terdapat 7 bola merah dan 3 bola putih. Dari masing-masing kotak diambil satu bola. Peluang terambil bola merah dari kotak pertama dan putih dari kotak kedua adalah ....

a. $\frac{3}{70}$
b. $\frac{7}{70}$
c. $\frac{12}{70}$
d. $\frac{17}{70}$
e. $\frac{61}{70}$

EBTANAS 1994

29. Dari seperangkat kartu bridge diambil seara acak satu lembar kartu. Peluang terambilnya kartu bukan As adalah ....

a. $\frac{1}{52}$
b. $\frac{1}{13}$
c. $\frac{5}{52}$
d. $\frac{3}{13}$
e. $\frac{12}{13}$

SPMB 2003

30. Dalam sebuah kotak terdapat 4 bola merah dan 6 bola putih. Dari kotak ini diambil 2 bola sekaligus secara acak. Peluang terambil sekurang-kurangnya 1 bola putih adalah ....

a. $\frac{6}{45}$
b. $\frac{15}{45}$
c. $\frac{24}{45}$
d. $\frac{30}{45}$
e. $\frac{39}{45}$

EBTANAS 1997

Kunci Jawaban

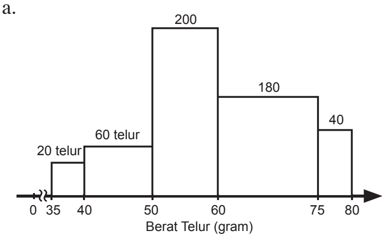
Bab 1

Uji Kemampuan Bab 1

I.

1. c	**11.** e
2. b	**12.** b
3. a	**13.** c
4. e	**14.** b
5. c	**15.** e
6. b	
7. b	
8. c	
9. c	
10. a	

II. **21.** a.



b. 59,4 gram

22. $Q_1 = 12{,}18$
$Q_2 = 20{,}75$
$Q_3 = 13{,}34$
$Q_8 = 22{,}5$
$M_0 = 16{,}64$

23. $S = 2{,}63$

24. Median = 6,5

25. Distribusi rata-rata = 16,50

Evaluasi Semester 1

I.

1. d	**11.** b
2. c	**12.** c
3. d	**13.** a
4. d	**14.** c
5. c	**15.** c
6. b	**16.** b
7. b	**17.** c
8. c	**18.** e
9. b	**19.** c
10. a	**20.** c

II. **21.** *mean* = 4,6
simpangan baku = 2,42

22. **a.** *mean* = 7,6
simpangan baku = 5,42

b. *mean* = 23
simpangan baku =12,1

23. 20,25

24. **a.** $p = 3$ dan $q = 7$

b. $M_e = 4$

25. Rp823.333,33

Bab 2

Uji Kemampuan Bab 2

I.

1. e	**11.** c
2. b	**12.** e
3. a	**13.** c
4. c	**14.** e
5. b	**15.** b
6. e	**16.** c
7. e	**17.** d
8. b	**18.** e
9. c	**19.** e
10. d	**20.** e

II. **21.** $P(5, 5) = 5! = 120$ cara

22. **a.** $S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

b. $E(A) = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\}$

c. $E(B) = \{(6, 6)\}$

d. $E(C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2)\}$

e. $E(A \cap C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$

23. **a.** $\frac{1}{56}$

b. $\frac{9}{28}$

24. **a.** $\frac{1}{13}$ **d.** $\frac{1}{2}$

b. $\frac{1}{2}$ **e.** $\frac{1}{4}$

c. $\frac{2}{13}$ **f.** $\frac{1}{2}$

25. $\frac{1}{2}$

Evaluasi Semester 2

I.

1.	e	**11.**	b
2.	b	**12.**	a
3.	c	**13.**	e
4.	d	**14.**	b
5.	a	**15.**	a
6.	b	**16.**	d
7.	d	**17.**	b
8.	e	**18.**	e
9.	a	**19.**	e
10.	e	**20.**	b

II.

26. $P(\text{tiga gol}) = \dfrac{64}{3125}$

27. $\dfrac{1}{2}$

28. **a.** $\dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{1}{8}$

29. $\dfrac{1}{30.240}$

30. a. $P(7) = \dfrac{15}{216}$

b. $P(7 \cup 11) = \dfrac{7}{36}$

Evaluasi Akhir Tahun

I.

1.	a	**11.**	b	**21.**	d
2.	d	**12.**	b	**22.**	e
3.	e	**13.**	e	**23.**	d
4.	b	**14.**	b	**24.**	c
5.	b	**15.**	a	**25.**	d
6.	d	**16.**	b	**26.**	b
7.	d	**17.**	b	**27.**	b
8.	b	**18.**	c	**28.**	c
9.	c	**19.**	c	**29.**	e
10.	b	**20.**	d	**30.**	e

Daftar Simbol

$+$	:	jumlah, tambah, menambah
$-$	:	kurang; mengurang; negatif
$\times$	:	kali; mengali; penyilangan
$:$	:	bagi; membagi
$(\ )$	:	kurung biasa
$\{\ \}$	:	akolade; menyatakan himpunan
$[\ ]$	:	kurung siku
$\cup$	:	penggabungan
$\cap$	:	perpotongan, irisan
$>$	:	lebih dari
$<$	:	kurang dari
$\leq$	:	kurang dari atau sama dengan
$\geq$	:	lebih dari atau sama dengan
$=$	:	sama dengan
$\neq$	:	tidak sama dengan
$\sqrt{\ }$	:	akar pangkat dua
$\sqrt[n]{\ }$	:	akar pangkat n
$\in$	:	anggota dari; elemen dari
$\notin$	:	bukan anggota dari
$\varnothing, \{\ \}$	:	himpunan kosong
$\approx$	:	pendekatan, kira-kira
$\Leftrightarrow$	:	sama artinya; ekuivalen
$\%$	:	persen
Σ	:	sigma
$\sim$	:	tak terbatas, tak terhingga

Glosarium

D
Data: informasi yang mempunyai makna untuk keperluan tertentu. (1)

F
Frekuensi relatif: terkaan tentang seringnya suatu data muncul. (19)

H
Histogram: diagram frekuensi untuk peubah tunggal, pada diagram ini luas persegi panjang sebanding dengan frekuensi nisbi dari masing-masing kelas. (37)

I
Interval: pengelompokan data-data. (15)

K
Kombinasi: pemilihan satu atau lebih elemen-elemen dari suatu himpunan yang diberikan tanpa memperhatikan urutannya. (59)
Kuartil: nilai-nilai yang membagi sekumpulan nilai amatan menjadi 4 bagian yang sama besar. (1)

M
Modus: nilai yang terjadi paling sering atau yang mempunyai frekuensi paling tinggi. (3)

N
Notasi: cara menuliskan, atau melambangkan. (27)

P
Pencilan: nilai amatan yang demikian berbeda dengan sebagian besar nilai amatan lain, yang dianggap tidak dibangkitkan oleh proses yang sama, pencilan ini dapat disebabkan oleh adanya kesalahan dalam pengukuran, pencatatan, penyalinan, atau pemasukan data. (1)
Permutasi: susuan terurut dari unsur-unsur himpunan berhingga yang tidak berulang. (59)
Poligon frekuensi: diagram yang menggambarkan bentuk sebaran frekuensi, ordinat dari diagram ini menunjukkan frekuensi, sedangkan absisnya menunjukkan nilai-nilai peubah yang diperhatikan. (19)
Populasi: kumpulan keseluruhan objek yang menjadi pusat perhatian. (1)

R
Ruang sampel: himpunan dari semua macam peristiwa yang mungkin terjadi sebagai akibat dari suatu tindakan atau himpunan dari semua macam contoh dengan ukuran tertentu yang mungkin terambil dari suatu populasi. (77)

S
Simpangan baku/deviasi: ukuran keragaman populasi, yaitu akar positif dari varians. (45)
Statistika: cabang ilmu matematika yang mempelajari cara memperoleh, sifat-sifat, dan kegunaan statistik, yang meliputi perancangan, pengumpulan, dan analisis data, serta penafsiran hasil analisis dan penarikan kesimpulan. (1)

T
Tabel frekuensi: tabel yang menyajikan sebaran frekuensi, disusun menurut beberapa kategori atau kelas nilai peubah tertentu. (21)
Teorema: kesimpulan umum yang telah dibuktikan. (65)

Indeks

Daftar Pustaka

Aufmann, R.N., et. all. 1990. *College Algebra and Trigonometri*. Boston: Houghton Mifflin.

Ayres, F. and Schmidt, P. 1992. *Schaum's Outline of College Mathematics*. New York: Mc Graw–Hill.

Barnett, R.A. and Zieglar, M.R. 1993. *College Algebra*. New York: Mc Graw–Hill.

BSNP.2006. *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar 2006 Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Atas/Madrasah Aliah*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Chuah, B.B., et. all. 1994. *Excel in A-levels Mathematics S*. Singapore: EPB Publishers.

Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. *Soal-soal Evaluasi Belajar Tahap Akhir Nasional (Ebtanas) Tahun 1986 sampai dengan Tahun 1999*.

Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Dirjen Pendidikan Tinggi. *Soal-soal Ujian Masuk Perguruan Tinggi Negeri Tahun 1987 sampai dengan Tahun 1999*.

G. C. E. O – lever paper 1 & 2 1974–1995. *Classified Questions Additional Mathematics*.

Levin, J. and Fox, J. A. 1991. *Elementary Statistics in Sosial Research*. New York: Harper Collins Publishers.

Liu, C.L. 1995. *Dasar-Dasar Matematika Diskret*. Jakarta: Penerbit PT. Gramedia Pustaka Utama.

Peterson, J. C. 1997. *Technical Mathematics*. New York: Delmar Publisher.

Schmidt, P. 1991. *2500 Solved Problems in College Algebra and Trigonometri*. New York: Mc Graw–Hill.

Sembiring, Suwah. 2002. *Olimpiade Matematika*. Bandung: Yrama Widya.

Spiegel, M.R. 1991. *Seri Buku Schaum Teori dan Soal-Soal Matematika Dasar*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Steffensen, A.R. and Johnson, L. M.1992. *Essential Mathematics for College Students*. New York: Harper Collins Publishers.

Susianto, Bambang. 2004. *Olimpiade Matematika dengan Proses Berfikir*. Jakarta: Grasindo.

Sullivan, M. 1999. *Precalculus*. Upper Saddle River: Prentice–Hall.

Lautan ilmu

adalah lautan tanpa batas yang akan membuat kita selalu ingat dan ingin kembali berlayar di atas ombaknya.

ISBN 978-979-095-451-9 (No Jil. Lengkap)
ISBN 978-979-095-454-0 (Jil. 2b)

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP)dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008 tanggal 11 Desember 2008.

Harga Eceran Tertinggi (HET) Rp10.518,00*